**Кружок МЦНМО 30. Делимость, остатки и признаки делимости 14.05.2024**

**На 5 и 10.**

1. Папа купил 5 одинаковых пакетов с семечками. Канарейка Маша утащила из одного пакета – одну семечку, из второго – 2 семечки, из третьего – 3 семечки, из 4-го – 4 семечки и из 5-го – 5 семечек. Докажите, что

а) Хотя бы в одном пакете количество оставшихся семечек делится на 5.

б) Общее количество оставшихся семечек делится на 5.



1. Петя перемножил какие-то 7 идущих подряд чисел. Верно ли, что полученное число делится на 10?
2. Найдите все натуральные числа, которые больше своей последней цифры в 5 раз.
3. Петя взял произвольное натуральное число, умножил его на 5, результат снова умножил на 5, потом ещё на 5, и так далее. Верно ли, что с какого-то момента все получающиеся у Пети числа будут содержать 5 в своей десятичной записи?
4. В книге рекордов Гиннесса написано, что наибольшее известное простое число равно  23026377 – 1.  Не опечатка ли это? (23026377 – это результат произведения 337 множителей, каждое из которых равно 23026).

**Признак делимости на 3 и на 9.**

1. 9 пиратов добыли 9 сундуков с алмазами. Известно, что в каждом сундуке лежит либо 1 алмаз, либо 10 алмазов, либо 100 алмазов, либо 1000 алмазов. Докажите, что вне зависимости от того, сколько сундуков каждого вида, все алмазы можно разделить между пиратами так, чтобы всем досталось поровну алмазов.



1. Сумма цифр некоторого числа равна 9. Докажите, что это число делится на 9.
2. Трое пиратов добыли 30 сундуков. В каждом сундуке количество монет равно либо 1, либо 10, либо 100, либо 1000, либо 10000, … и т.д. (количество монет записывается при помощи одной 1 и нескольких нулей). Верно ли что все монет всегда можно поровну разделить между пиратами? (Монеты во всех сундуках одинаковые).
3. Сумма цифр некоторого числа равна 30. Докажите, что это число делится на 3.
4. Сумма цифр некоторого числа делится на 3. Докажите, что тогда и само число делится на 3.
5. Впишите в число 123456?7891011 вместо знака вопроса какую-нибудь цифру так, чтобы получившееся число делилось на 9.
6. Ковбой Билл зашел в бар и попросил у бармена бутылку виски за 3 доллара и шесть коробков непромокаемых спичек, цену которых он не знал. Бармен потребовал с него 11 долларов 80 центов (1 доллар = 100 центов), и в ответ на это Билл вытащил револьвер. Тогда бармен пересчитал стоимость покупки и исправил ошибку. Как Билл догадался, что бармен пытался его обсчитать? 
7. Петя и Вася выписывают 12-значное число, ставя цифры по очереди, начиная со старшего разряда. Начинает Вася. Цифры 0 и 9 писать запрещается. Докажите, что какие бы цифры ни писал Вася, Петя сможет добиться того, чтобы получившееся число делилось на 9.

**Делим на три части😊**

1. Разрежьте фигуру на три равные части.

а)  б)