

Инварианты

Задача 43. В алфавите языка племени УЫУ всего две буквы: У и Ы, причем этот язык обладает такими свойствами: если из слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ, то смысл слова не изменится. Точно так же смысл слова не изменится, если добавить в любое место слова буквосочетания ЫУ или УУЫЫ. Покажите, что слова а) УЫ и ЫУЫУ б) УУЫ и УЫУЫУ значат одно и то же, в) а) УЫЫ и ЫУУ — не обязательно.

Задача 44. На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 10$. Разрешается стереть *любые* два числа a и b и вместо них написать число $a+b-1$. Через сколько ходов закончится этот процесс и какое число в итоге останется на доске?

Задача 45. Теперь, стирая два числа, записывают их разность. Можно ли добиться, чтобы все числа на доске были нулями?

Задача 46. Хулиганы Вася и Петя порвали стенгазету, причём Петя рвал каждый кусок на 5 частей, а Вася на 9. При попытке собрать стенгазету нашли 2024 обрывков. Докажите, что нашли не все кусочки.

Задача 47. Из стакана молока ложку содержимого переливают в стакан с чаем и небрежно помешивают. Затем зачерпывают ложку полученной смеси и переливают их обратно в стакан с молоком. Чего теперь больше: чая в стакане с молоком или молока в стакане с чаем?

Задача 48. Имеются стакан кофе, наполненный на $2/3$, и такой же стакан молока, наполненный на $2/3$. Разрешается переливать любое количество жидкости туда и обратно, тщательно её перемешивая, но нельзя ничего выливать. Можно ли получить в одном из стаканов напиток, составленный из молока и кофе в пропорции 1:1?

Инварианты

Задача 43. В алфавите языка племени УЫУ всего две буквы: У и Ы, причем этот язык обладает такими свойствами: если из слова выкинуть стоящие рядом буквы УЫ, то смысл слова не изменится. Точно так же смысл слова не изменится, если добавить в любое место слова буквосочетания ЫУ или УУЫЫ. Покажите, что слова а) УЫ и ЫУЫУ б) УУЫ и УЫУЫУ значат одно и то же, в) а) УЫЫ и ЫУУ — не обязательно.

Задача 44. На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 10$. Разрешается стереть *любые* два числа a и b и вместо них написать число $a+b-1$. Через сколько ходов закончится этот процесс и какое число в итоге останется на доске?

Задача 45. Теперь, стирая два числа, записывают их разность. Можно ли добиться, чтобы все числа на доске были нулями?

Задача 46. Хулиганы Вася и Петя порвали стенгазету, причём Петя рвал каждый кусок на 5 частей, а Вася на 9. При попытке собрать стенгазету нашли 2024 обрывков. Докажите, что нашли не все кусочки.

Задача 47. Из стакана молока ложку содержимого переливают в стакан с чаем и небрежно помешивают. Затем зачерпывают ложку полученной смеси и переливают их обратно в стакан с молоком. Чего теперь больше: чая в стакане с молоком или молока в стакане с чаем?

Задача 48. Имеются стакан кофе, наполненный на $2/3$, и такой же стакан молока, наполненный на $2/3$. Разрешается переливать любое количество жидкости туда и обратно, тщательно её перемешивая, но нельзя ничего выливать. Можно ли получить в одном из стаканов напиток, составленный из молока и кофе в пропорции 1:1?