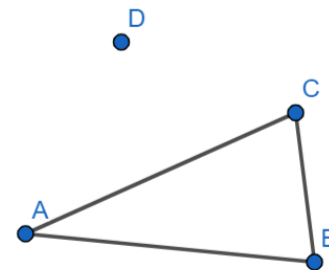


Для начала определим понятие граф и другие полезные определения:

- ◇ *Граф* – это набор вершин и рёбер которые их соединяют, каждое ребро имеет два конца, каждый из которых находится в вершине.
- ◇ Граф называется *связным*, когда из любой его вершины можно по рёбрам пройти в любую другую. Так граф на рисунке несвязный.
- ◇ *Степенью* вершины называется количество концов рёбер, которые в неё приходят. На рисунке степени A, B и C – 2, а степень D – 0.
- ◇ *Цикл* – это цикл... Когда идёшь по неповторяющимся рёбрам и вершинам и приходишь в ту, из которой начал. Например, вершины A, B и C образуют цикл.
- ◇ *Дерево* – связный граф без циклов.



Задача 1. В стране МЦНМО есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?

Задача 2. В графе n вершин. У каждой вершины степень **а) 2 б) 6**. Сколько рёбер в графе?

в) А сколько рёбер в графе сумма степеней вершин равна k ?

Задача 3. Существует ли граф из семи вершин со степенями 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4?

Задача 4. а) В стране Тех 11 городов и сёл. Из столицы Выш-Мат выходят 4 дороги, из села Гуманитарное всего одна дорога, из остальных населённых пунктов — по 3 дороги. Возможно ли такое расположение дорог, при котором из столицы в Гуманитарное по дорогам проехать нельзя?

б) В Лог-Фило царстве 25 городов и сёл. Из столицы Лит выходит 13 дорог, из села Инженерного выходит всего одна дорога, а из всех остальных населённых пунктов — по 6 дорог. Докажите, что из села Инженерного по дорогам можно добраться в столицу.

Задача 5. В очень хорошей стране 179 городов, каждый из которых соединён дорогами не менее, чем с 89 другими. Докажите, что из каждого города можно добраться до любого другого (возможно, проезжая через другие города).

Задача 6. Имеется группа островов, соединённых мостами так, что от каждого острова можно добраться до любого другого. Турист обошёл все острова, пройдя по каждому мосту ровно один раз. На острове Троекратном он побывал трижды. Сколько мостов ведёт с Троекратного, если турист **а)** не с него начал и не на нём закончил? **б)** с него начал, но не на нём закончил? **в)** с него начал и на нём закончил?

Задача 7. В одной стране Конституционная много городов (целых n) и правит там тиран Ерёма. Однажды он решил, что хочет, чтобы из каждого города можно было добраться в любой другой, но только одним способом (возможно, проезжая через другие города), дабы можно было легко следить за перемещениями непокорных граждан. **а)** Докажите, что он сможет так сделать, только разрушая дороги? **б)** После того, как Ерёма воплотил свой план в жизнь, ему доложили, что в горах произошёл камнепад и разрушил дорогу, которую разрушать не планировали. Докажите, что теперь есть ровно две части страны, в каждой из которых можно добраться из любого города в любой другой, но из одной в другую попасть нельзя.

Задача 8. Услыхав новость про разрушенную дорогу Ерёма приказал починить дорогу и бросить в тюрьму губернатора, отвечающего за эту дорогу, ибо нельзя допускать камнепады. После того как дорогу починили он приказал провести подсчёт всех дорог в стране. Помогите ему это сделать, если не хотите тоже оказаться в тюрьме.



1	2	2	2	3	4	4	5	6	6	6	7	7	8
	а	б	в		а	б		а	б	в	а	б	