

▷ *Множество* – это набор *элементов*. Элементом может быть любой объект: число, крыса, другое множество... Элементы множества перечисляют в фигурных скобках, например:  $\{1, 2, \{1, 2\}\}$ . Множество может быть пустым, обозначение:  $\emptyset$ .

*Подмножеством* называют множество, все элементы которого лежат в другом множестве.

Бывает удобно рисовать множества в виде *кругов Эйлера*, пример можно увидеть справа. ◁



**Задача 1. а)** Внимательно посмотрите на картинку и скажите, какие множества являются подмножествами других.

**б)** Нарисуйте круги Эйлера для следующей ситуации: В аудитории 310 есть ученики и преподаватели; среди учеников есть те, кто принёс с собой ручку, и те, кто болтают с соседями; а среди тех, кто принёс ручку, некоторые принесли и тетрадку.

**Задача 2.** Семиклассники решали две задачи. В конце занятия преподаватели составили четыре списка: I – решивших первую задачу, II – решивших только одну задачу, III – решивших по меньшей мере одну задачу, IV – решивших обе задачи. Какой из списков самый длинный? Могут ли два списка совпадать по составу? Если да, то какие?



**Задача 3. а)** В поход пошли 11 туристов. 5 из них умеют разводить костёр, а 7 – ориентироваться по карте, причём новичок Аркадий пока не научился ни тому, ни другому. Сколько туристов могут развести костёр и ориентироваться по карте? **б)** В первый вечер выяснилось, что ставить палатку умеют только 4 самых опытных туриста, а одновременно с этим разводить костёр и ориентироваться по карте – 3 и 2 человека соответственно. Сколько теперь туристов обладают всеми тремя навыками?

**Задача 4. а)** Совпадают ли множество целых чисел, делящихся и на 3, и на 7, но не делящихся на 21, и множество квадратов с целыми сторонами и площадью 21 см<sup>2</sup>? **б)** Для любого ли элемента второго множества верно, что его длины его диагоналей – целые числа?

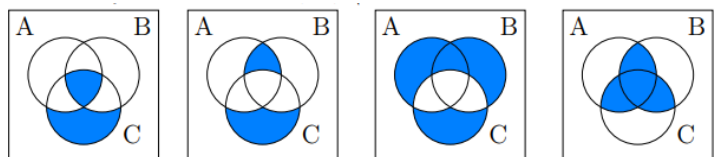
▷ *Пересечение* множеств – множество элементов, которые лежат в обоих множествах, обозначение:  $A \cap B$ . *Объединение* множеств – множество элементов, которые лежат хотя бы в одном множестве, обозначение:  $A \cup B$ . *Разность* множеств – множество таких элементов, которые лежат в первом множестве, но не лежат во втором, обозначение:  $A \setminus B$ . ◁

**Задача 5.** Пусть  $A$  – множество всех нечётных чисел, а  $B$  – множество всех чисел, кратных 3. Найдите  $A \cap B$  и  $A \setminus B$ .

**Задача 6.** Докажите с помощью кругов Эйлера для любых множеств  $A, B, C$ :

**а)**  $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ ; **б)**  $A \setminus (B \cap C) = (A \setminus B) \cup (A \setminus C)$ .

**Задача 7.** Посмотрите на диаграммы Эйлера справа и запишите с помощью символов  $\cap, \cup, \setminus$  и скобок каким множествам соответствуют закрашенные области.



### Дополнительные задачи

**Задача 8.** В ряду  $1 + \dots + 1$  из 105 единиц изменили знак на противоположный перед каждой третьей единицей, затем – перед каждой пятой, а затем – перед каждой седьмой. Найдите значение полученного выражения.

**Задача 9\*.** Выведите формулу для  $|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n|$  ( $|A|$  – количество элементов в множестве  $A$ ).

**Задача 10.** *(не про множества; реальный случай)* Богатый сенатор, умирая, оставил жену в ожидании ребёнка. После смерти сенатора выяснилось, что на своё имущество, равное 210 талантам, он составил следующее завещание: "В случае рождения сына отдать мальчику две трети состояния, а остальную треть – матери; в случае же рождения дочери отдать девочке одну треть состояния, а остальные две трети – матери". У вдовы сенатора родились близнецы – мальчик и девочка. Такой возможности завещатель не предусмотрел. Как можно разделить имущество между тремя наследниками с наилучшим приближением к условию завещания?