

Граф-дворянский титул.

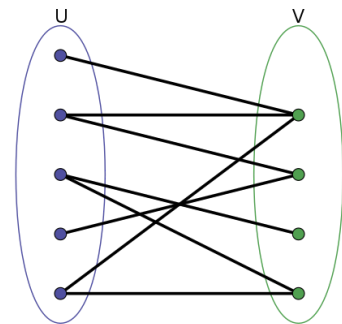
В полном графстве... возведено 20 городов. Из каждого города можно добраться в любой город прямым путем. Сколько всего путей в графстве?

Задача 1. Жители графства решили поиграть в волейбол и разделились на две команды: в зеленых туниках и красных туниках. Известно, что внутри команды никто не дружит друг с другом и ни у кого нет знакомых среди тех, кто сейчас не играет в волейбол. Докажите, что число людей, с которыми дружат жители из зеленой команды совпадает с числом людей, с которыми дружат игроки из красной команды.



Задача 2. В нашем графстве среди прочих обитателей проживают крестьяне и ремесленники. Каждый крестьянин знаком с шестью крестьянами и девятью ремесленниками. Каждый ремесленник знаком с десятью крестьянами и семью ремесленниками. Кого в этой стране больше – крестьян или ремесленников?

Двудольный граф - граф, вершины которого можно разбить на два множества так, что каждое ребро соединяет вершины из разных множеств.



Задача 3. В классе каждый мальчик дружит ровно с двумя девочками, а каждая девочка — ровно с тремя мальчиками. Еще известно, что в классе 31 пионер и 19 парт. Сколько человек в этом классе?

Задача 4. Рассмотрим графы правильных многогранников. Какие из них – двудольные?

Задача 5. В математическом конкурсе участвуют 14 школьников. Участникам конкурса было предложено 6 задач. В результате каждую задачу правильно решили больше половины школьников. Докажите, что обязательно найдется пара участников, которые в объединении правильно решили все задачи.

Задача 6. Каждый сотрудник некоторой фирмы выписывает две газеты, а каждую газету выписывают пять сотрудников, причем никакие два сотрудника не выписывают две одинаковые газеты. Сколько человек может работать в такой фирме, если известно, что их не более двадцати?

Дополнительные задачи:

Задача 7. У Пети всего 28 одноклассников. У каждого двух из 28 различное число друзей в этом классе. Сколько друзей у Пети?

Задача 8. Дан граф с 40 вершинами без петель и кратных рёбер. Известно, что среди любых 5 вершин найдётся одна, соединённая с четырьмя остальными. Каково минимально возможное число рёбер в этом графе?

Задача 9. На плоскости нарисовано некоторое количество равносторонних треугольников. Они не пересекаются, но могут иметь общие участки сторон. Мы хотим покрасить каждый треугольник в какой-нибудь цвет так, чтобы те из них, которые соприкасаются, были покрашены в разные цвета (треугольники, имеющие одну общую точку, могут быть покрашены в один цвет). Хватит ли для такой раскраски двух цветов?



Задача 10. На клетчатой доске 11×11 отмечено 22 клетки так, что на каждой вертикали и на каждой горизонтали отмечено ровно две клетки. Два расположения отмеченных клеток эквивалентны, если, меняя любое число раз вертикали между собой и горизонтали между собой, мы из одного расположения можем получить другое. Сколько существует неэквивалентных расположений отмеченных клеток?

