⊳ Натуральное число называется простым, если у него есть ровно 2 натуральных делителя (1 и само число). Составным называют натуральное число, которое имеет больше 2 натуральных делителей. 1 не является ни простым, ни составным числом.

> Основная теорема арифметики: каждое натуральное число можно единственным образом разложить на простые множители (с точностью до перестановки этих множителей). ⊲

Задача 0. а) Найдите все простые числа, которые отличаются на 17. б)* А на 2?

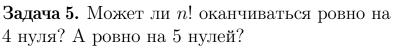
Задача 1. (Разминка) **а)** Перечислите все делители чисел $3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 19$; $7 \cdot 63$; 256. **6)** Произведение двух целых чисел равно 1000, но ни одно из них не делится на 10. Что это за числа?

Задача 2. ($Pewemo\ \mathcal{P}pamoc \phieha$) **a)** Выпишем целые числа от 2 до n. Подчеркнём 2 и сотрём числа, кратные 2. Первое неподчёркнутое число подчеркнём и сотрём кратные ему, и т. д., пока каждое число от 2 до n не будет подчёркнуто или стёрто. Докажите, что мы подчеркнём в точности простые числа от 1 до n.

- **б)** Пусть очередное число, которое мы хотим подчеркнуть, больше \sqrt{n} . Докажите, что нестёртые к этому моменту числа от 2 до n простые.
- в) Какие числа, меньшие 100, простые?

Задача 3. а) На числовой прямой отметим зелёными точками числа, кратные 18, и оранжевыми точками числа, кратные 30. Найдите наименьшее расстояние между зелёной и оранжевый точками. б) Аналогичный вопрос, но теперь в синий покрасим числа, дающие при делении на 24 остаток 17, и в серый — числа, дающие при делении на 40 остаток 7.

Задача 4. (Диофантовы уравнения) а) Решите в целых числах уравнение 2x + 3y = 1. Для этого сначала найдите любое решение, а потом попробуйте выразить через него все остальные. Попробуйте проделать то же самое с уравнениями: **б**) 4x + 6y = 2; **в**) 4x + 6y = 5; **г**) 20x + 19y = 2019.





Задача 6*. Существует ли самое большое простое число?

Задача 7*. Попробуйте доказать основную теорему арифметики, используя факт: если ab : p, то a : p или b : p. (Доказательство состоит из 2 частей: что существует какое-нибудь разложение на простые и что все разложения отличаются только порядком множителей.)