

Неравенства

Задача 85. Пьеро бежит до дома с постоянной скоростью, а Буратино бежит первую половину пути вдвое быстрее Пьеро, а вторую вдвое медленнее. Буратино бежал 40 минут. Сколько времени бежал Пьеро?

$(a + b)^2 \geq 0$, поэтому $a^2 + 2ab + b^2 \geq 0$, а значит $a^2 + b^2 \geq 2ab$.

Задача 86. Докажите неравенства (во всех случаях числа a, b, c, x, y неотрицательны).

а)

$$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$$

б)

$$(a + b + c)^2 \geq 3(ab + bc + ca)$$

в)

$$(a^3 + b)(a + b^3) \geq 4a^2b^2$$

г)

$$(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$$

д)

$$x + y + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 4$$

Задача 87. Василий вскапывает грядку за 3 часа, а Пётр за 4 часа. За какое время они вскопают 2 грядки, работая вдвоём?