

Круги и кубики

Задача 1. Докажите, что круги, основанные на сторонах треугольника как на диаметрах, покрывают весь треугольник.

Задача 2. Докажите, что круги, основанные на сторонах выпуклого четырехугольника, как на диаметрах, покрывают весь четырехугольник.

Задача 3. Внутри прямоугольного противня, не выступая за края, лежат 100 круглых печений. Докажите, что на противень можно положить вчетверо больше вдвое меньших печений.

Задача 4. В пространстве дана 8-звенная замкнутая ломаная, вершины которой совпадают с вершинами некоторого куба. Докажите, что одно из звеньев ломаной совпадает с ребром куба.

Задача 5. Разрешается разрезать куб по ребрам и по диагоналям граней. Нарисуйте развертку, которая разрезает куб по как можно большему числу диагоналей.

Задача 6. На прямоугольном противне без наложений лежат одинаковые круглые печенье, да так, что некуда добавить еще одно. Докажите, что вчетверо большим числом печений можно — теперь уже с наложениями — накрыть все точки противня.

Задача 7. Нарисуйте сечение трёхмерного куба плоскостью, перпендикулярной главной диагонали куба. Нарисуйте это сечение для разных точек пересечения секущей плоскости с главной диагональю. (Обратите внимание: какие ребра и где пересекает секущая плоскость? Сколько граней задевает?)