

## Теорема Эйлера

**Циклом** называется замкнутый путь по ребрам графа, не проходящий дважды через одну и ту же вершину.

**Деревом** называется связный граф, в котором нет циклов.

1. Докажите, что в дереве есть вершина, из которой выходит ровно одно ребро.
2. В стране Древляндии 101 город, и некоторые из них соединены дорогами. При этом любые два города соединяет ровно один путь. Сколько в этой стране дорог?
3. Докажите, что если из дерева удалить любое ребро, оно превратится в несвязный граф.
4. Волейбольная сетка имеет вид прямоугольника  $50 \times 600$  клеток. Какое наибольшее число веревочек можно перерезать так, чтобы сетка не распалась на куски?

Граф, который можно нарисовать так, чтобы его ребра нигде не пересекались, называется **ПЛОСКИМ**.

5. Для тетраэдра, четырехугольной пирамиды, куба и октаэдра посчитайте их количества  $V$  вершин,  $P$  ребер и  $G$  граней.

6. В каждом случае вычислите значение выражения  $V - P + G$ .

...

Для плоского графа в качестве  $G$  можно брать части, на которые разбита плоскость.

7. В квадрате отметили 20 точек и соединили их непересекающимися отрезками друг с другом и с вершинами квадрата так, что квадрат разбился на треугольники. Сколько получилось треугольников?