

## Принцип крайнего

Может быть полезно рассмотреть «крайний» в каком-то отношении элемент: самую левую точку, самое маленькое число, самое большое расстояние. Когда решите задачу, попробуйте ясно сформулировать, что именно было в решении «крайним».

**Задача 8.** Несколько ребят встали в хоровод и каждый сказал: «Мой сосед ниже меня!» Докажите, что хотя бы один из ребят соврал.

**Задача 9.** По кругу стоят 100 чисел, каждое равно полусумме своих соседей. Докажите, что все числа равны.

**Задача 10.** На шахматной доске стоят несколько ладей. Докажите, что хотя бы одна из них бьёт не более двух других.

**Задача 11.** На плоскости нарисовано 10 треугольников. Может ли оказаться, что каждая вершина каждого треугольника лежит строго внутри другого треугольника?

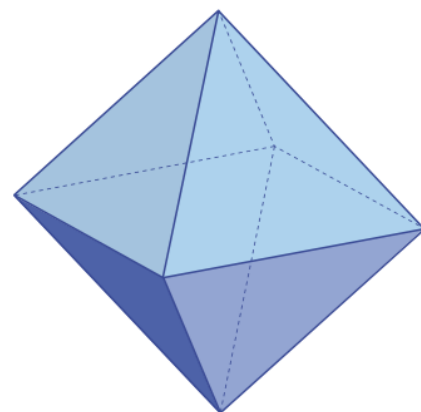
**Задача 12.** На каждой из 2025 планет сидит астроном, наблюдающий ближайшую планету. Докажите, что а) есть две планеты, астрономы которых наблюдают друг друга б) есть планета, за которой никто не наблюдает.

**Задача 13.** Шахматная доска разбита на доминошки. Докажите, что какие-то две доминошки образуют квадрат  $2 \times 2$ .

**Задача 14.** На прямой расположены несколько отрезков, любые два из которых пересекаются. Докажите, что существует точка, принадлежащая всем отрезкам.

**Задача 15.** На плоскости расположены несколько многоугольников, любые два из которых пересекаются. Докажите, что существует прямая, пересекающая каждый из этих многоугольников

**Задача 16.** Многогранник, изображённый на рисунке, называется октаэдром<sup>1</sup>; у него 6 вершин, 8 треугольных граней и 12 рёбер. В каждой вершине октаэдра поместили лампочку и зажгли одну из них. Далее, за ход можно выбрать любую грань и изменить состояние (потушить, если горит, и зажечь, если не горит) всех лампочек на ней. Можно ли за несколько ходов зажечь все лампочки?



<sup>1</sup>октаэдрон от *окτώ* окто «восемь» + *έδρα* эдра «грань». Ср. октябрь, октава.