

Пример: есть два красных, два белых и 4 синих шарика, докажем от противного, что среди любых пяти найдётся синий. Пусть это не верно, тогда у нас есть 5 шариков среди которых нет синего, значи все эти шары красные или белые, но суммарно их меньше 5, получаем противоречие, а значит среди любых пяти есть синий.

**Задача 1.** Опытный метеоролог Валера сказал, что за день дождя всегда солнечно. Вчера солнца не было совсем :(, стоит ли Даше сегодня брать зонтик?

**Задача 2.** 17 ребят выстроились в круг, докажите, что найдутся 2 девочки или 2 мальчика рядом.

**Задача 3.** У Лины, Дани, Даши, Ани, Валеры и Коли (6 человек) есть разные вкусы: печеньки, шоколадки и мармеладки. Известно, что у любых четырёх из них вместе есть все виды вкусняшек. Докажите, что хотя бы у половины есть шоколадки.



**Задача 4.** В клетках прямоугольника  $57 \times 179$  расставлены крестики и нолики. Известно, что в каждой строке прямоугольника крестиков больше, чем ноликов. Докажите, что обязательно найдётся столбец, в котором крестиков тоже больше, чем ноликов.

**Задача 5.** В лагерь приехало 100 школьников, оказалось, что среди любых 20 из них найдутся хотя бы пять детей из одной школы. Докажите, что из какой-то школы приехало 20 учеников.

**Задача 6.** Есть 99 котят, каждый — одной из 10 пород. Докажите, что либо среди них найдутся 11 котят одной породы, либо 10 котят разных пород.

**Задача 7.** В парламенте острова рыцарей и лжецов заседает 179 депутатов. Каждый из депутатов сказался, что среди оставшихся депутатов большинство – лжецы. Сколько лжецов и рыцарей в парламенте?

**Задача 8.** Все натуральные числа покрасили в два цвета, либо в красный, либо в синий цвет. Доказать, что найдётся цвет со следующим свойством: для каждого натурального числа  $k$  имеется бесконечно много чисел этого цвета, которые делятся на  $k$ .

**Задача 9.** 2000 яблок лежат в нескольких корзинах. Разрешается убирать корзины и вынимать яблоки из корзин. Доказать, что можно добиться того, чтобы во всех оставшихся корзинах было поровну яблок, а общее число яблок было не меньше 100.



1	2	3	4	5	6	7	8	9

### Дополнительные задачи

**Задача 10.** Караван идёт цепочкой, в нём есть люди, верблюды, ослики и собаки. Вместе их 100: верблюдов – 30, осликов и собак по 20, а остальные – люди. Оказалось, что никакие два разных животных не идут рядом. Докажите, что найдётся три животных одного вида идущих подряд. (Люди тут не считаются животными)

**Задача 11.** На кружке  $m$  школьников решали  $n$  задач. Все школьники решили разное количество задач. Все задачи решены разным количеством школьников. Докажите, что один из школьников решил ровно одну задачу, если школьников и задач было больше одного.

**Задача 12.** Квадрат разрезали 10 прямыми параллельными одной его стороне и 10 прямыми параллельными другой на 121 прямоугольник. Оказалось, что ровно десять из них – квадраты. Докажите, что среди этих квадратов найдутся два равных между собой.