

**Задача 1.** Сколько существует шестизначных чётных чисел, в которых есть повторяющиеся цифры?

**Задача 2.** Назовем натуральное число "изумительным", если оно имеет вид  $a^b + b^a$  (где  $a$  и  $b$  - натуральные числа). Например, число 57 - изумительное, так как  $57 = 2^5 + 5^2$ . Является ли изумительным число 2024?

**Задача 3.** Сколько четырёхзначных чисел содержит не менее одной цифры 0?

**Задача 4.** Два равных треугольника расположены внутри квадрата, как показано на рисунке. Найдите их углы.

**Задача 5.** Сколько различных слов(необязательно осмысленных) можно получить переставляя буквы в словах: ГОНКИ, СУББОТА, МАТЕМАТИКА? (необходимо дать сразу 3 ответа)

**Задача 6.** Два пеших посыльных отправились из штаба армии в дальние гарнизоны с пакетами: один – на юг, а другой – через 15 мин после первого – на север. Еще через 15 мин начальник штаба понял, что забыл вложить в пакеты письма и послал велосипедиста исправить ошибку. Догнав посыльного, велосипедист мгновенно передаёт письмо, мгновенно разворачивается и едет обратно. Скорости посыльных постоянны и равны, а скорость велосипедиста в 2 раза больше. Через какое наименьшее время велосипедист может выполнить приказ и вернуться в штаб?

**Задача 7.** Разрежьте изображённую фигуру на две части, из которых можно сложить целый квадрат  $8 \times 8$ .

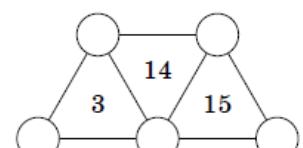
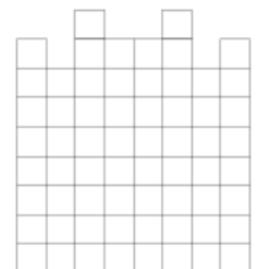
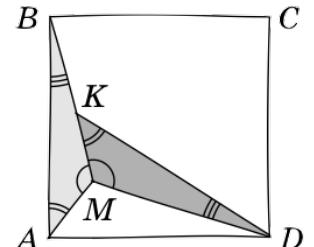
**Задача 8.** Сколько существует различных возможностей рассадить 5 юношей и 5 девушек за круглый стол с 10 креслами так, чтобы они чередовались? (рассадки, отличающиеся поворотом, следует считать разными)

**Задача 9.** У мальчика столько же сестёр, сколько и братьев, а у его сестры вдвое меньше сестёр, чем братьев. Сколько в этой семье детей?

**Задача 10.** Угол при вершине журавлиногого клина равен  $30^\circ$ . Как изменится величина этого угла при рассматривании журавлей в бинокль с троекратным увеличением?

**Задача 11.** Пишется наудачу некоторое двузначное число. Какова вероятность того, что сумма цифр этого числа равна 5?

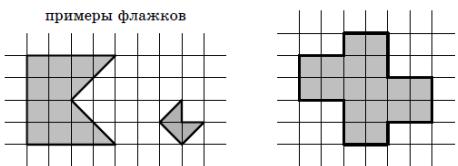
**Задача 12.** Ваня расставил в кружках различные цифры, а внутри каждого треугольника записал либо сумму, либо произведение цифр в его вершинах. Потом он стёр цифры в кружочках. Впишите в кружочки различные цифры так, чтобы условие выполнялось.



**Задача 13.** Художник-авангардист Змий Клеточкин покрасил несколько клеток доски размером  $7 \times 7$ , соблюдая правило: каждая следующая закрашиваемая клетка должна соседствовать по стороне с предыдущей закрашенной клеткой, но не должна соседствовать ни с одной другой ранее закрашенной клеткой. Ему удалось покрасить 31 клетку. Побейте его рекорд — закрасьте а) 32 клетки; б) 33 клетки.

**Задача 14.** Андрей ведёт машину со скоростью 60 км/ч. Он хочет проезжать каждый километр на 1 минуту быстрее. На сколько ему следует увеличить скорость?

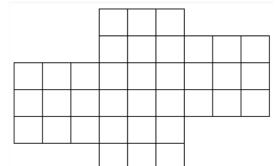
**Задача 15.** Будем называть флагжком пятиугольник, вершины которого — вершины некоторого квадрата и его центр. Разрежьте фигуру ниже справа на флагжи (не обязательно одинаковые).



**Задача 16.** Существует ли четырехугольник, который можно разрезать двумя прямыми на 6 кусков?

**Задача 17.** Отметьте на доске  $8 \times 8$  несколько клеток так, чтобы любая (в том числе и любая отмеченная) клетка граничила по стороне ровно с одной отмеченной клеткой.

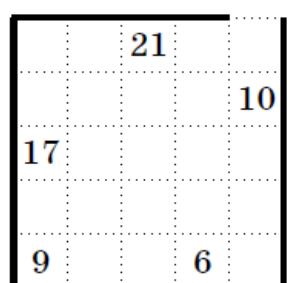
**Задача 18.** Покажите, как разрезать фигуру, изображённую на рисунке, на восемь равных частей пятью прямолинейными разрезами.



**Задача 19.** Вася написал на листке бумаги записку, сложил её вчетверо, надписал сверху "МАШИНА". Затем он развернул записку, дописал ещё кое-что, опять сложил записку по линиям сгиба случайным образом (не обязательно, как раньше) и оставил на столе, положив случайной стороной вверх. Найдите вероятность того, что надпись "МАШИНА" по-прежнему сверху.

**Задача 20.** В ребусе ЯЕМЗМЕЯ=2020 замените каждую букву в левой части равенства цифрой или знаком арифметического действия (одинаковые буквы одинаково, разные — по-разному) так, чтобы получилось верное равенство.

**Задача 21.** На клетчатой бумаге был нарисован лабиринт: квадрат  $5 \times 5$  (внешняя стена) с выходом шириной в одну клетку, а также внутренние стенки, идущие по линиям сетки. На рисунке мы скрыли от вас все внутренние стенки. Начертите, как они могли располагаться, зная, что числа, стоящие в клетках, показывают наименьшее количество шагов, за которое можно было покинуть лабиринт, стартовав из этой клетки (шаг делается в соседнюю по стороне клетку, если они не разделены стенкой).



**Каждая следующая задача стоит как две задачи**

**Задача 22.** На улице установили 100 лампочек в ряд. Затем лампочки стали переключаться по следующему алгоритму: зажглись все, через секунду погасла каждая вторая лампочка, ещё через секунду каждая третья лампочка переключилась: если горела, то погасла и наоборот. Через секунду каждая четвёртая лампочка переключилась, ещё через секунду — каждая пятая и так далее. Через 100 секунд всё закончилось. Найдите вероятность того, что случайно выбранная после этого лампочка горит.

**Задача 23.** Можно ли нарисовать на плоскости шесть точек и так соединить их непересекающимися отрезками, что каждая точка будет соединена ровно с четырьмя другими?



**Задача 24.** Множество состоит из  $n$  чисел. Сколькими способами можно выбрать в нем два подмножества так, чтобы у них не было общих чисел?