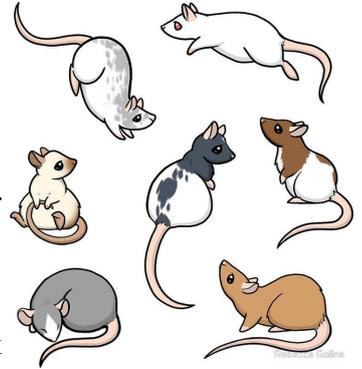


Задача 0. (*повторение*) Известно, что каждый раз перед занятием Валера покупает конфеты. Сегодня он купил конфеты. Значит ли это, что сегодня будет кружок?

Задача 1. Вспомните, пожалуйста, как строить отрицания, и постройте их к утверждениям (*отрицание* – утверждение, которое описывает все случаи, когда исходное утверждение ложно):

- а) Каждая крыса любит бананы.
- б) Ёжик любит яблоки или грибы.
- в) Полуэкт решил все задачи из всех листочков.
- г) Коля изучает хотя бы 5 предметов.
- д) Валера вчера не составлял листочек или спал хотя бы 6 часов.
- е) У Даши живут крысы хотя бы 5 цветов, или живёт хотя бы 5 крыс.
- ж) Все студенты хотя бы раз прогуливали экзамен или спали на нём.
- з) Если вы решите эту задачу, преподаватель поставит вам плюсики.
- и) Если следующее занятие состоится, то в нём будет более 10 задач.
- к) Число в каждой клетке или меньше всех чисел, стоящих в соседних по стороне клетках, или больше всех этих чисел.



Задача 2. а) Завуч школы Лины категорически возражает против отмены контроля качества за причёсками. Может ли Лина безнаказанно покрасить волосы в мандариновый цвет?
 б) Директор школы категорически возражает против отмены решения о запрете контроля за причёсками. Может ли теперь Лина безнаказанно покрасить волосы в изумрудный цвет?

Задача 3. Конь Илья Муромца всегда ржёт, когда слышит правду. На пиру Илья Муромец сказал, что лежал на печи не меньше 33 лет — конь заржал. Тогда Илья сказал, что лежал не меньше 32 лет — конь промолчал. Наконец Илья сказал, что лежал на печи не меньше 31 года — и конь снова заржал. Сколько же лет Илья Муромец лежал на печи?

▷ Логические высказывания можно обозначать **переменными** A, B, \dots , которые могут принимать значения 0 (ложь) или 1 (истина). Логические **связки** для удобства также можно обозначать значками: \bar{A} – **не** A ; $A \wedge B$ – **и** A и B ; $A \vee B$ – **или** A и B ; $A \rightarrow B$ – **из** A **следует** B . ◁

Задача 4. Прочтите две данные формулы и убедитесь, что они истинны.

Пусть $K = [в\ листке\ есть\ картинка]$, $A = [в\ листке\ больше\ 5\ задач]$, $B = [в\ листке\ есть\ задача\ 4]$. Тогда верны утверждения $A \wedge K$ и $A \rightarrow B$ (первое верно только сегодня, второе всегда).

▷ Для «сложного» логического высказывания можно составить **таблицу истинности**. Она будет показывать как его значение зависит от переменных — «простых» выражений. Каждая строчка такой таблицы описывает один из возможных наборов значений всех переменных. На доске есть примеры! ◁

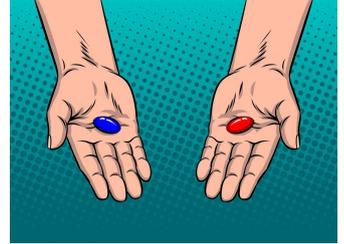
Задача 5. Составьте таблицы истинности для формул: а) $A \wedge B$; $A \rightarrow B$; б) $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$; в) $(A \wedge \bar{B}) \vee C$; г) $((A \wedge B) \vee (A \wedge C)) \wedge \overline{(B \wedge C)}$; д) $((A \vee B) \vee C) \rightarrow ((A \wedge B) \wedge C)$; е) для любой вашей формулы от 4 переменных.

Задача 6. Пусть $\mathcal{A} = [элемент\ принадлежит\ множеству\ A]$, $\mathcal{B} = [элемент\ принадлежит\ множеству\ B]$. Запишите утверждения, используя логические связки (вместо "элемент" будем писать x ; значок " \in " обозначает "принадлежит"): а) $x \in (A \cup B)$; $x \in (A \cap B)$; б) $x \in (A \setminus B)$; в) $x \in ((A \cup B) \setminus (A \cap B))$. г) Запишите утверждение $\mathcal{A} \rightarrow \mathcal{B}$, используя операции множеств.

Дополнительные задачи

Задача 7. К берегу Нила подошла компания из шести человек: три бедуина, каждый со своей женой. У берега находится лодка с вёслами, которая выдерживает только двух человек. Бедуин не может допустить, чтобы его жена находилась без него в обществе другого мужчины. Может ли вся компания переправиться на другой берег?

Задача 8. У Вас есть две баночки с пилюлями, маркированные «А» и «В». В день Вам нужно съесть по одной пилюле из каждой баночки, если же Вы съедите больше или меньше одной пилюли из какой-либо баночки, то умрёте. Однажды Вы взяли одну пилюлю из баночки «А», а когда стали вытряхивать пилюлю из банки «В», случайно выпало две пилюли. Теперь у Вас на руке лежат три пилюли совершенно неразличимые по внешнему виду. Как с наименьшими потерями выйти из этой ситуации?



Задача 9. Король решил уволить в отставку премьер-министра, но не хотел его обидеть. Когда премьер-министр пришёл к королю, тот сказал: "В этот портфель я положил два листа бумаги. На одном из них написано "Останьтесь", на другом – "Уходите". Листок, который вы сейчас не глядя вытянете из портфеля, решит вашу судьбу". Премьер-министр догадался, что на обоих листках написано "Уходите". Однако ему удалось сделать так, что король его оставил. Как поступил премьер-министр?