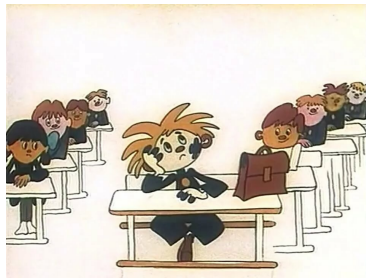


▷ *Исходом* или *элементарным событием* будем называть результат какого-то эксперимента. Например, выпадения числа 1, 2, ..., 6 при бросании игральной кости. Совокупности исходов называются *событиями*. Каждому исходу  $w$  соответствует число  $P(w)$  (*вероятность исхода*) от 0 до 1, причём сумма вероятностей всех исходов должна равняться 1. Вероятность события – это сумма вероятностей всех исходов, которые оно содержит. В этом листке считаем все исходы равновероятными, хотя в реальной жизни всё может быть сложнее. ◁

**Задача 1.** Симметричную монету бросили 10 раз. Какова вероятность того, что **а)** 10 раз выпал орёл; **б)** сначала выпало 5 орлов, а затем 5 решек; **в)** выпало 5 орлов и 5 решек?

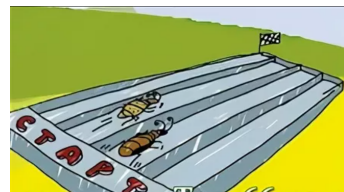


**Задача 2.** Тест ЕГЭ состоит из 10-и вопросов, на каждый есть 4 варианта ответа. Двоечник Афанасий отвечает «наобум». Какова вероятность того, что он ответит верно **а)** на все вопросы; **б)** ровно на 5 вопросов; **в)** не менее, чем на 5 вопросов? **г)** В году проводят много пробников. Если Афанасию удаётся списать ответ у отличницы Жанны, он отвечает на вопрос верно, иначе отвечает наугад. В конце года оказалось, что Афанасий ответил верно на половину всех вопросов. Какую долю вопросов (скорее всего) Афанасий списал?

**Задача 3.** Три усталых ковбоя зашли в салун, и повесили свои шляпы на бизоний рог при входе. Когда глубокой ночью ковбои уходили, они были не в состоянии отличить одну шляпу от другой и поэтому разобрали три шляпы наугад. Найдите вероятность того, что никто из них не взял свою собственную шляпу.

**Задача 4.** Жожик загадал некоторое двузначное число. Какова вероятность того, что сумма цифр его числа равна 5?

**Задача 5.** Для проведения тараканьих бегов Коля отобрал 32 насекомых разной силы. Более сильный всегда обгоняет более слабого. С какой вероятностью в финале встретятся два сильнейших таракана? Все жеребьёвки равновероятны.



**Задача 6.** В ящике лежат 4 шара, каждый белый или чёрный. За одну попытку Аня вынимает наугад два шара, задумчиво смотрит на них, кладёт обратно и перемешивает. Она сделала 100 попыток, и в 50-и из них вынула два чёрных шара. Сколько каких шаров в ящике (скорее всего) и почему?

▷ Часто каждому исходу соответствует какая-то величина (число). Например, количество очков, которое выпало на игральной кости, или количество денег, выигранное в казино. Тогда имеет смысл задуматься о «среднем значении» этой величины. Это называют *математическим ожиданием* и считают как сумму произведений вероятности этого исхода на соответствующую ему величину. Иначе говоря, если  $w_i$  – исходы,  $x(w_i)$  – соответствующая исходу величина, то матожидание – это  $\sum_{i=1}^n P(w_i)x(w_i) = P(w_1)x(w_1) + \dots + P(w_n)x(w_n)$ . Например, матожидание количества очков при одном броске игрального кубика:  $1 \cdot \frac{1}{6} + \dots + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$ . ◁

**Задача 7.** Посчитайте матожидание выигрыша при ставке 100\$ **а)** в казино "2 из 6" (вы ставите на 2 грани 6-гранной кости, бросают 1 раз), где за выигрыш дают 3 ставки; **б)** в казино "3 из 20", где за выигрыш дают 7 ставок; **в)** в казино "2 из 20", где за выигрыш дают 9 ставок.

**Задача 8.** Валера хочет открыть новое казино «угадай сумму»: он кидает игральный кубик два раза и принимает ставку на сумму очков. **а)** Какой результат в среднем будет выдавать такое казино? **б)** Пусть за участие он берёт 100\$, а за победу выдаёт 1000\$. Найдите матожидание вашего выигрыша при оптимальной стратегии.

**Задача 9.** Даша собралась лететь в путешествие и купила страховку за 1000 рублей. С вероятностью 0,3 её рейс задержат более чем на 2 часа, и в этом случае компания заплатит ей 5000 рублей. С вероятностью 0,1 её багаж потеряют, в этом случае ей заплатят 10000. Наконец с вероятностью 0,01 Даша встретит дикого тигра, и ей заплатят 80000. Но независимо от всего с вероятностью 0,2 компания объявит, что Даша нарушила условия договора, и потребует ещё 4000. Найдите матожидание количества денег, которые Даша потратит или получит от этой страховки. Стоило ли покупать эту страховку?



### Дополнительные задачи



**Задача 10.** 3 ковбоя из задачи 3 не хотят разлучаться. Как товарищам выбрать к кому из них они поедут в гости по-джентельменски (честным образом), если у них осталась только одна центовая монетка?

**Задача 11.** По дороге домой ковбои решили стать экспериментаторами. Они бросают свою монетку, пока не выпадет орёл. Найдите матожидание числа бросков. (Можно записать ответ в виде суммы.)

**Задача 12.** При посадке в самолёт выстроилась очередь из  $n$  пассажиров, у каждого из которых имеется билет на одно из  $n$  мест. Первой в очереди стоит сумасшедшая старушка. Она вбегает в салон и садится на случайное место (возможно, и на своё). Далее пассажиры по очереди занимают свои места, а в случае, если своё место уже занято, садятся случайным образом на одно из свободных мест. Какова вероятность того, что последний пассажир займёт своё место?

**Задача 13.** В одной из трёх шкатулок лежит приз, две другие шкатулки пустые. Вы не знаете, в какой из шкатулок находится приз, а ведущий знает. Вы должны показать на одну из шкатулок, в которой по Вашему мнению находится приз. После этого ведущий открывает одну из двух оставшихся шкатулок. Так как он не хочет сразу отдавать приз, он открывает пустую. После этого Вам предлагается окончательно выбрать шкатулку. Можете ли Вы выиграть приз с вероятностью, большей  $1/2$ ?