

### Правила

В преддверии Нового года Дед Мороз призвал своих гномов, чтобы они помогли ему с работой в цехе по сбору подарков. Но на производстве случилось происшествие! Разные бригады гномов не поделили мандариновый резерв и стали кидаться подарками. Вам предстоит войти в роль гномов и поучаствовать в этой волшебной битве.

Вам нужно разбиться на команды. На команду у вас есть листок с задачами и командная карточка, а также у каждого – личная медкарта. Подарки на складе Деда Мороза волшебные, поэтому чтобы сделать бросок, надо сначала решить задачу. Сначала вы прицеливаетесь в кого-то и просите принимающего принять у вас задачу (сообщая ему кто ваша цель, можно не вслух). Если ответ правильный, вам ставят плюстик в карточку, сообщают, что ваш бросок удался, и у вашей жертвы становится на 1 жизнь меньше. Если нет, то ничего не происходит.

В начале у всех гномов есть 3 жизни. Если в вас попадают, вы теряете 1 жизнь и сразу же отправляетесь в лазарет. Там вам предстоит самому решить задачу, которую предложит вам лекарь. У вас есть право попросить заменить её неограниченное число раз, но только после 5 минут попыток её решить. После того, как вы решили задачу, вы возвращаетесь к своей команде, но жизнь не восстанавливается.

Если же у вас закончились все 3 жизни, вы отправляетесь не в лазарет, а в ад к самому Сантане! Что происходит в аду доподлинно неизвестно никому, но вернуться оттуда не так просто. Там вам предстоит выкупить у Сантаны свою душу (по адским ценам). Если вам это удастся, вы возвращаетесь к своей команде. После первого посещения вы возвращаетесь с 2 жизнями, после следующих – с одной.

Также у вас есть игровые деньги. В начале игры всем командам будет выдано по К500, затем будет выдаваться по К100 за каждую задачу из основного листка, которую ваша команда решила первыми. Также будут другие разовые возможности заработать деньги. За деньги можно купить личный щит одному из членов вашей команды, который отразит первую удачную атаку на него. Если член вашей команды попал в ад, вы можете отправить ему денег, чтобы он смог выкупить свою душу. Стартовая цена на щит – К100, а за выход из ада – К1000, но они могут меняться по ходу игры.

Кроме того будет работать ваше любимое казино, но для игры в нём нужно сначала пройти медосмотр в лазарете. Некоторым гномам-ударникам медосмотр будет зачтём автоматом.

В конце мы определим самую могущественную бригаду гномов. Она будет определяться с помощью Индекса Гномьей Разносторонности и Адаптивности (ИГРА), который рассчитывается по формуле:

$$\begin{aligned} \text{ИГРА} = & (\text{среднее количество жизней в команде}) * 20 + \\ & + (\text{количество решённых задач из основного листка}) * 1 - (\text{число не вернувшихся от Сантаны}) * 3 + \\ & + (\text{доля прошедших медосмотр}) * 10 + (\text{бонус за новогоднее настроение от 0 до 5}) * 0,5 \end{aligned}$$

В зависимости от настроения Деда Мороза цены, формула, а также любые другие правила могут быть изменены в любой момент игры. Желаем вам удачи!

*С наступающим Новым Годом!*

**Задача 1.** 2024 год был *интересным*: он был суммой последовательных кубов (от 2 до 9). Когда будет следующий *интересный* год?

**Задача 2.** Гарри Поттер знает 9 заклинаний, а Рон – 5 заклинаний. Запишите число, сколькими способами они смогут устроить дуэль из трёх заклинаний, если каждый волшебник может использовать каждое заклинание ровно один раз.

**Задача 3.** В волшебном магазине есть пять котлов разного размера, три разных метлы и девять разных шаров-предсказателей. Сколькими способами можно собрать набор первокурсника Хогвартса из трёх этих предметов?

**Задача 4.** На факультете Гриффиндор в команду по квиддичу записались 33 человека. Сколькими способами можно из них собрать команду из 7 человек так, чтобы Рон и Гарри не оказались в команде одновременно?

**Задача 5.** Невилл посмотрел на магловские часы где-то между 18:00 и 19:00. Минутная стрелка была ровно на три минутных деления впереди часовой стрелки. Помогите волшебнику понять, какое время показывали часы.

**Задача 6.** Нарисуйте схему комнат одной из башен Хогвартса (граф), если из главного зала выходит 8 дверей, а из других комнат – 6, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 1 дверь.

**Задача 7.** Постройте отрицание к утверждению: "Гермиона ходит на все занятия и никогда не списывает на экзаменах, если Гарри Поттер и Рон Уизли опять не попадают в передрягу".

**Задача 8.** Три друга получили письма из Хогвартса. Какова вероятность оказаться всем троим на одном факультете, если Распределяющая шляпа абсолютно непредвзята?

**Задача 9.** В подвале Слизерина из каждой комнаты можно попасть в каждую напрямую. Сколько в подвале комнат, если дверей 12?

**Задача 10.** Зуб может быть здоровым, больным, отсутствующим, растущим, искусственным и сломанным. У шушканчиков 2 ряда по 4 зуба. К черепашке Посе пришли в гости несколько шушканчиков с различными наборами зубов. Каково могло быть максимальное число гостей-шушканчиков?

**Задача 11.** На параде Дедов Морозов участники выстроились в колонны по три, и один Колотун Ага остался лишним. Тогда они выстроились в колонны по пять Дедов Морозов, и один Йоуласвейнер оказался лишним. Потом они выстроились в колонны по пять, и снова один – Ежишек остался лишним. Деды Морозы выстроились по 7, и тогда все Деды Морозы встали в колонны. Сколько Дедов Морозов могло прийти на парад?

**Задача 12.** 27 декабря на новогодний кинопоказ пришло 100 ребят. На "Гарри Поттера" было продано 87 билетов, а на "Ёлки 73" – 63. Сколько ребят посмотрели и тот фильм, и другой? (Каждый посмотрел по меньшей мере один из фильмов.)

**Задача 13.** Гарри Поттер повесил игрушку на каждую седьмую ветку, Рон – на каждую вторую из оставшихся. Потом прилетело безголовое приведение, и две игрушки упали и разбились. После чего Гермиона повесила игрушку на каждую вторую из оставшихся веток, а Джинни повесила ещё 9 игрушек, по одной на оставшиеся ветки. В завершение пришёл Хагрид и повесил звезду на самую верхнюю ветку. На каждой ветке стало висеть по одной игрушке. Сколько веток было на ёлке?

**Задача 14.** Какого минимального числа выстрелов гарантированно достаточно, чтобы подбить четырёхпалубный корабль в игре "Морской бой" по стандартным правилам?

**Задача 15.** Тридцать девочек – 13 в красных платьях и 17 в синих – водили хоровод вокруг новогодней ёлки. Впоследствии каждую из них спросили, была ли ее соседка справа в синем платье. Оказалось, что правильно ответили те и только те девочки, которые стояли между девочками в платьях одного цвета. Сколько девочек могли ответить утвердительно?

**Задача 16.**  $A$ ,  $B$  и  $C$  — три различные вершины правильного шестиугольника. Какие значения может принимать величина угла  $ABC$ ?

**Задача 17.** Йети прогуливается по склону вдоль фуникулёра. Кабинки, едущие ему навстречу, проезжают мимо раз в 4 минуты, а едущие в ту же сторону обгоняют его раз в 6 минут (расстояние между кабинками, едущими в одну сторону, такое же, как между едущими в другую). Как часто мимо Йети будут проезжать кабинки в одну из сторон, если он остановится?

**Задача 18.** Первого декабря директор овощебазы купил 12 тонн мандаринов с содержанием воды 96% при цене 20 рублей за килограмм. Второго декабря он продал 4 тонны мандаринов, которые подсохли и имели содержание воды 94%, при цене 40 рублей за килограмм. Третьего декабря он продал оставшиеся мандарины, в которых содержание воды было уже 92%, по цене 30 рублей за килограмм. Сколько рублей директор выручил на этих операциях?

**Задача 19.** На занятии по трансфигурации студенты Хогвартса пробуют новое заклинание для превращения мандарина в сладкий подарок. С вероятностью 0,2 у студента получается заклинание, с вероятностью 0,7 ничего не происходит, а в остальных случаях в кабинете выбивает окна. С какой вероятностью в кабинете будут выбиты окна, если в кабинете 10 студентов?

**Задача 20.** Рон записал трёхзначное число и сложил с числом, записанным теми же цифрами в обратном порядке (оба числа не могут начинаться с нуля). Оказалось, что в записи суммы только нечётные цифры. Сколько всего существует таких трёхзначных чисел?

**Задача 21.** Приведите 4 различных натуральных числа, сумма любых 2 из которых является составным числом, а сумма любых трёх – простым.

**Задача 22.** Крыса чувствует себя счастливой, если ей дать угощений какого-то вида больше, чем всем другим крысам, но при этом она должна получить хотя бы 1 угощение каждого вида. Разным крысам разрешается давать только разное число угощений одного вида. Какое минимальное число угощений всех видов потребуется, чтобы осчастливить четырёх крыс?

**Задача 23.** На какое количество кусков можно разрезать круглую пиццу тремя прямолинейными разрезами? Нарисуйте все варианты.

**Задача 24.** У Деда Мороза есть 12 гномов. Сколько у него есть вариантов разбить их на 3 разные бригады по 4 гнома?

**Задача 25.** Разложите наступающий год на простые множители.

## Лечебные задачи

**Задача 31.** Экологи подсчитали, что на Земле растёт более 7,5 млн ёлок! Можно ли среди них выбрать несколько с одинаковым числом иголок, если иголок на ёлке не больше 2000000, но не меньше 500000? Какое наибольшее количество ёлок с одинаковым числом иголок можно найти гарантированно?

**Задача 32.** Найдите хотя бы два решения уравнения  $28x + 30y + 31z = 365$  в целых числах.

**Задача 33.** Нарисуйте граф, в котором 8 вершин, а степень каждой равна 3.

**Задача 34.** Постройте отрицание у утверждению "Если школьник пришёл на новогоднюю игру, то у него в полугодии нет троек и он принёс что-то вкусное".

**Задача 35.** Составьте таблицу истинности для логической формулы  $A \rightarrow (\bar{B} \vee C)$ .

**Задача 36.** Ибрагим становится счастливым, если съедает 3 разных салата на Новый год. Какое наибольшее количество Ибрагимов можно осчастливить, имея 20 тарелок крабового салата, 30 сельдодок под шубой, 40 тарелок мимозы и 50 тарелок Оливье?

**Задача 37.** Ёжик может встретить в тумане либо Сивого Мерина, либо Сивую Кобылу, либо своего друга Медвежонка. Однажды Ёжику вышли навстречу все трое, но туман был густой, и Ёжик не видел, кто из них кто, а потому попросил представиться. Тот, кто, с точки зрения Ёжика, был слева, сказал: «Рядом со мной Медвежонок». Тот, кто стоял справа, заявил: «Это тебе сказала Сивая Кобыла». Наконец, тот, кто был в центре, сообщил: «Слева от меня Сивый Мерин». Определите, кто где стоял, если известно, что Сивый Мерин врёт всегда, Сивая Кобыла – иногда, а Медвежонок Ёжику не врёт никогда?

**Задача 38.** Катя первый раз видит 15 незнакомых школьников, но у неё есть их список. Она хочет отыскать среди них Серкана. За 1 ход она может выбрать несколько школьников и спросить есть ли среди них Серкан. За какое минимальное число ходов она может отыскать Серкана?

**Задача 39.** Нарисуйте круги Эйлера (каждое множество – круг, подмножество – круг внутри круга, пересекающиеся множества – круги пересекаются) для следующих множеств: школьники, пришедшие на игру; школьники, имеющие допуск в казино; все школьники этого кружка; все люди в 310 аудитории; школьники, бывавшие в аду.

**Задача 40.** Известно, что каждый пришедший школьник принёс ручку с вероятностью 0,9, тетрадку с вероятностью 0,75, новогоднюю шапочку с вероятностью 0,1, оленьи рожки с вероятностью 0,05, кружку с вероятностью 0,4, конфеты с вероятностью 0,15 и мандарины с вероятностью 0,2. Найдите вероятность, что школьник принёс полный комплект: ручку, тетрадку, кружку, угощение и новогодний предмет.

**Задача 41.** У Валеры в резерве есть 33 задачи. Что больше: число вариантов составить листок из 11 задач или из 21?

**Задача 42.** Коля нашёл старинный атлас железных дорог некой страны. Он утверждает, что из каждого город в каждый есть ли один путь по этим железным дорогам. Что можно сказать про этот атлас как про граф? Сколько в этой стране городов, если отрезков железной дороги вида "город – город" там 35?

**Задача 43.** Существует ли граф с таким набором степеней вершин: 7, 6, 6, 4, 3, 2, 2, 1?

**Задача 44.** Докажите или опровергните с помощью кругов Эйлера  $\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B}$ .

## Задачи для медосмотра

▷ Часто каждому исходу соответствует какая-то величина (число). Например, количество очков, которое выпало на игральном кубике, или количество денег, выигранное в казино. Тогда имеет смысл задуматься о «среднем значении» этой величины. Это называют *математическим ожиданием* и считают как сумму произведений вероятности этого исхода на соответствующую ему величину. Иначе говоря, если  $w_i$  – исходы,  $x(w_i)$  – соответствующая исходу величина, то матожидание – это  $\sum_{i=1}^n P(w_i)x(w_i) = P(w_1)x(w_1) + \dots + P(w_n)x(w_n)$ . Например, матожидание количества очков при одном броске игрального кубика:  $1 \cdot \frac{1}{6} + \dots + 6 \cdot \frac{1}{6} = 3,5$ . ◁

**Задача 51°.** Гном Полуэкт тоже играет в «Новогоднюю перестрелку». У него достаточно много денежных сбережений, но осталась всего одна жизнь. Он может купить щит за К100 или не покупать, но тогда есть риск попасть в ад, где придётся заплатить К1000 за выход оттуда. Выгодно ли ему покупать щит, если в него удачно выстрелят с вероятностью 0,2? (Для этого найдите матожидание потраченных денег.)

**Задача 52°.** У лекаря Михаила есть 50 неподписанных баночек с одними и теми же витаминами, но в разной концентрации. Он помнит, что в 20 банках в таблетке 20мг витамина, в 15 – 35 мг, в 13 – 60 мг, ещё в одной – 100 мг, а в последней лежат пустышки. Он хочет дать витаминку своему пациенту, но поскольку баночки выглядят одинаково, ему придётся взять случайную. Найдите матожидание количества принятого пациентом витамина.

**Задача 53°.** В казино «Рулетка» вращают барабан, после чего шарик попадает в одно из 37 полей. Одна из доступных ставок – на 4 номера из 37, при этом в случае победы платят 8 ставок. Рассчитайте матожидание выигрыша при такой ставке на \$100.