

Задача 1. Докажите, что в группе из шести человек можно выбрать либо трёх попарно знакомых, либо трёх попарно незнакомых.

Задача 2. У каждого из 30 кружковцев не более двух близких друзей. Оказавшись в одной аудитории, два близких друга начинают непрерывно болтать, а всякая работа в этой аудитории прекращается. Какое наименьшее число аудиторий необходимо иметь, чтобы обеспечить бесперебойную работу кружка?



Задача 3. Перед началом чемпионата школы по шахматам каждый из участников сказал, какое место он рассчитывает занять. Семиклассник Ваня сказал, что займёт последнее место. По итогам чемпионата все заняли различные места, и оказалось, что каждый, кроме, разумеется, Вани, занял место хуже, чем ожидал. Какое место занял Ваня?

Задача 4. Квадрат 8×8 разрезали по линиям сетки на 11 прямоугольников таким образом, что длина каждой стороны любого прямоугольника не меньше, чем две клетки. Докажите, что среди этих прямоугольников есть квадрат.

Задача 13.4. На факультете Гриффиндор в команду по квиддичу записались 33 человека. Сколькими способами можно из них собрать команду из 7 человек так, чтобы Рон и Гарри не оказались в команде одновременно?



Задача 13.13. Гарри Поттер повесил игрушку на каждую седьмую ветку, Рон – на каждую вторую из оставшихся. Потом прилетело безголовое приведение, и две игрушки упали и разбились. После чего Гермиона повесила игрушку на каждую вторую из оставшихся веток, а Джинни повесила ещё 9 игрушек, по одной на оставшиеся ветки. В завершение пришёл Хагрид и повесил звезду на самую верхнюю ветку. На каждой ветке стало висеть по одной игрушке. Сколько веток было на ёлке?

Задача 13.14. Какого минимального числа выстрелов гарантированно достаточно, чтобы подбить четырёхпалубный корабль в игре "Морской бой" по стандартным правилам?

Задача 13.15. Тридцать девочек – 13 в красных платьях и 17 в синих – водили хоровод вокруг новогодней ёлки. Впоследствии каждую из них спросили, была ли ее соседка справа в синем платье. Оказалось, что правильно ответили те и только те девочки, которые стояли между девочками в платьях одного цвета. Сколько девочек могли ответить утвердительно?

Задача 13.18. Первого декабря директор овощебазы купил 12 тонн мандаринов с содержанием воды 96% при цене 20 рублей за килограмм. Второго декабря он продал 4 тонны мандаринов, которые подсохли и имели содержание воды 94%, при цене 40 рублей за килограмм. Третьего декабря он продал оставшиеся мандарины, в которых содержание воды было уже 92%, по цене 30 рублей за килограмм. Сколько рублей директор выручил на этих операциях?



Задача 13.19. а) На занятии по трансфигурации студенты Хогвартса пробуют новое заклинание для превращения мандарина в сладкий подарок. С вероятностью 0,2 у студента получается заклинание, с вероятностью 0,7 ничего не происходит, а в остальных случаях в кабинете выбивает окна. С какой вероятностью в кабинете будут выбиты окна, если в кабинете 10 студентов?
б) Найдите матожидание числа студентов, у которых получилось новое заклинание.

Адские задачи

Задача 13.61. В стране каждые два города соединены железной дорогой или авиалинией. Докажите, что можно выбрать такой вид транспорта, пользуясь которым можно добраться из любого города в любой. Докажите, что для каждого города можно выбрать такой вид транспорта, что пользуясь которым можно добраться в любой другой город не более чем с 1 пересадкой.

Задача 13.62. Лотерейный билет «Новогодний триллион» выглядит как карточка, на которой написаны 9 разных чисел от 1 до 99. Выпущено столько билетов, сколько есть различных таких комбинаций, все билеты разные. В новогоднюю ночь случайным образом выбирается выигрышный набор из 9 таких чисел, и выигрыш каждого участника составляет 10 в такой степени, сколько чисел в его билете совпало с выигрышной комбинацией. **а)** Сколько всего выпущено билетов? Какова вероятность выиграть суперприз? **б)** Какова вероятность выиграть миллион? А хотя бы миллион?

Задача 13.64. Три стеснительные подружки хотят заказать лимонад, мандариновый или лавандовый. Они хотят сделать заказ только в случае, если все хотят одно и то же, но не хотят, чтобы хоть кто-то из них узнал о предпочтениях другого. Как им договориться?

Задача 13.65. Найдите все пары простых чисел, такие что их сумма и разность тоже простые числа.