

▷ Натуральное число называется **простым**, если у него есть ровно 2 натуральных делителя (1 и само число). **Составным** называют натуральное число, которое имеет больше 2 натуральных делителей. 1 не является ни простым, ни составным числом. ◁

Задача 0. (*Разминка*) **а)** Найдите разложение на простые множители числа 2024. **б)** Выведите из определения, что каждое натуральное число, большее 1, либо является простым, либо раскладывается в произведение меньших чисел.

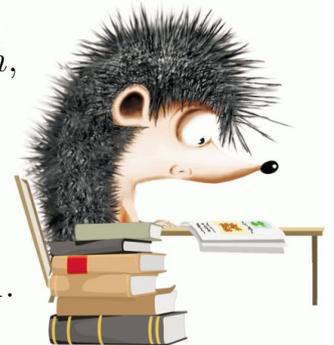
▷ Запись $n:k$ означает, что целое число n делится на целое число k . Запись \overline{abcd} означает натуральное число $d + 10c + 100b + 1000a$. ◁



Задача 1. Верно ли, что **а)** если $n:k$ и $k:n$, то $n = k$; **б)** если a и b не делятся на c , то ab не делится на c^2 ?

Задача 2. Докажите, что $\overline{aaa}:37$.

Задача 3. Пусть n, m – целые и $5m + 3n:11$. Докажите, что $6m + 8n:11$.



Задача 4. **а)** Вспомните или придумайте признаки делимости на 2, 4, 5, 10 и обоснуйте их. **б)** Из натурального числа $\overline{a_n \dots a_0}$ вычли сумму его цифр $a_0 + \dots + a_n$. Докажите, что разность кратна 9. **в)** Докажите признаки делимости на 3 и 9.

Задача 5. Переставив цифры в числе N , получили в 3 раза меньшее число. Докажите, что $N:27$.

Задача 6. В слове СССР замените буквы на цифры (одинаковые буквы на одинаковые цифры) так, чтобы полученное число делилось на 15. Найдите все варианты.

Задача 7. Нескольким зверюшкам раздали 210 долек апельсина. Выяснилось, что зайчику досталось меньше всех долек, и остальные зверюшки передали по одной своей дольке зайчику. После этого у всех зверей стало ровно по n долек. Найдите все возможные значения n .

Задача 8. Найдите все числа, равные удвоенной сумме своих чисел.

Задача 9. Решите в натуральных числах **а)** $x(x+1) = 2024 \cdot 2025$; **б)** $x^2 - y^2 = 27$.



t.me/mccme8

mccme.ru/circles/mccme/2025

Дополнительные задачи

Задача 10. Сформулируйте и докажите признак делимости на 11.

Задача 11. а) Докажите, что простых чисел бесконечно много.

б) Докажите, что бесконечно много простых чисел вида $3k + 2$.

Задача 12. Докажите, что число, запись которого состоит из 3^n единиц, кратно 3^n .