

▷ *Мнимая единица* – число, квадрат которого равен -1 , обозначается i . $i^2 = -1$ ◁
 ▷ *Комплексное число* – это число вида $z = a + bi$, где a и b вещественные числа, а i – мнимая единица. Число a называют вещественной частью комплексного числа z и обозначают $\operatorname{Re}(z)$, а b мнимой частью – $\operatorname{Im}(z)$. Множество комплексных чисел обозначается \mathbb{C} ◁

Задача 0. Комплексные числа складываются и умножаются как многочлены. Можно считать, что i – это переменная, для которой известно, что $i^2 = -1$. **а)** Вычислите: $(2 + 3i) + (1 - 5i)$, $(4 - 7i) - 3$, $(-5i) + (2 - 4i)$.

б) Вычислите: $(1 + 2i)(3 - i)$, $(2 - i)(2 + i)$, $(-1 + i)^2$

Задача 1. а) Вычислите: i^3 , i^9 , i^n

б) Вычислите: $(1 + i)^{12}$

Задача 2. Решите уравнения в множестве комплексных чисел: $x^2 + 2x + 2 = 0$, $x^2 + 2x + 5 = 0$

Задача 3. Найди такие значения x при которых:

а) $x^2 = 3 + 4i$

б) $x = \sqrt{-5 + 12i}$

▷ *Сопряжённое комплексное число* – это число $\bar{z} = a - bi$, полученное из $z = a + bi$ заменой знака при мнимой части. ◁

▷ *Комплексная плоскость* – способ геометрического представления комплексных чисел: числу $z = a + bi$ соответствует точка с координатами (a, b) на плоскости. Расстояние от начала координат до точки – это *модуль* числа $|z|$, который вычисляется по формуле $\sqrt{a^2 + b^2}$. ◁

Задача 4. Вычислите модули следующих комплексных чисел: $(3 + 4i)$, $-5i$, $1 - i$, $-2 + 2i$, 7 . Покажите их расположение на комплексной плоскости.

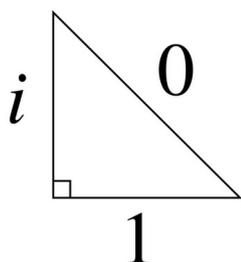
Задача 5. Докажите, что для любого комплексного числа z : $z \cdot \bar{z} = |z|^2$.

Задача 6. Вычислите:

$$\frac{4 + 6i}{2}, \frac{3 + i}{i}, \frac{2 + 5i}{1 - i}.$$

Задача 7. С помощью комплексной плоскости поймите, какому геометрическому преобразованию соответствует: **а)** умножение на 2 , -1 **б)** умножение на i , $1 + i$ **в)** сопряжение комплексного числа.

Задача 8. Как модуль числа $(1 + i)^n$ зависит от n ? Покажите как располагаются такие числа на комплексной плоскости.



$$i^2 + 1^2 = 0^2$$