

## Дискретная непрерывность

— Не мешай ему, — сказала Белка. — Он думает.  
— Думает, думает, — проворчал  
Муравей. — Что бы стало в лесу,  
если б все думали

---

Ежик в тумане

Дискретность -- свойство, противопоставляемое непрерывности, «прерывность». Дискретная математика изучает объекты, способные принимать только отдельные, не непрерывные значения.

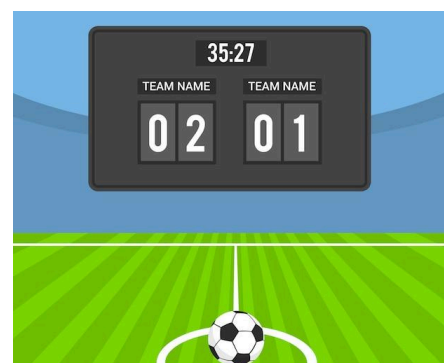
**Задание 1.** В ряд выписаны несколько целых чисел от -10 до 10, включая -10 и 10, причем любые два соседних числа отличаются не более чем на 1. Докажите, что в этом ряду есть 0.

Теорема о промежуточном значении. Последовательность целых чисел такова, что соседние числа отличаются не более чем на 1. Пусть  $m$  -- минимальный член этой последовательности, а  $M$  -- максимальный. Тогда для любого целого  $n$  между ними найдётся член последовательности, равный числу  $n$ .

**Задание 2.** Последовательность целых чисел 2, 3, 4, 6, 9, 13, 19, 28, 42, 63, ...начинается с двойки, а каждое следующее число получается из предыдущего умножением на  $\frac{3}{2}$  и округлением в меньшую сторону. Докажите, что в этой последовательности есть шестизначное число.

*Если в задаче нет процесса, к которому можно применить соображения дискретной непрерывности, то можно такой процесс создать.*

**Задание 3.** Первый тайм футбольного матча закончился со счетом 0 : 1, а матч – со счетом 4 : 3. Докажите, что в некоторый момент счет на табло был ничейным.



**Задание 4.** В ряд выложено 50 белых и 50 чёрных шариков. Самый левый и самый правый шарики — белые. Докажите, что можно отсчитать несколько шариков (но не все), начиная с левого, так, чтобы среди них оказалось поровну чёрных и белых.

**Задание 5.** Сколько простых чисел может быть среди 10 подряд идущих натуральных чисел?

**Задание 6.** Докажите, что существует 1000 последовательных натуральных чисел, среди которых ровно 5 простых чисел.



**Задание 7.** В ряд стоят 20 сапог: 10 правых и 10 левых. Обязательно ли среди них найдутся 10 сапог, стоящих подряд, среди которых поровну правых и левых?

**Задание 8.** Матч «Бавария» – «Спартак» закончился со счетом 5 : 8. Муж (болеющий за «Баварию») и жена (болеющая за «Спартак») собираются посмотреть этот матч в записи по очереди, уже зная итоговый счет: сначала смотрит муж (а жена сидит с ребенком), а в некоторый момент они меняются. Докажите, что они смогут поменяться так, чтобы увидеть поровну мячей, забитых любимой командой.

**Задание 9.** Шеренга новобранцев стояла лицом к сержанту. По команде «Нале-во!» некоторые из них повернулись налево, некоторые – направо, а остальные – кругом. Всегда ли сержант сможет встать в строй так, чтобы с обеих сторон от него оказалось поровну новобранцев, стоящих к нему лицом?

**Задание 10.** В квадратном поле со стороной 10 м сидели два ежика в противоположных углах. Был сильный туман и они решили поискать друг друга. В итоге они оказались в двух других противоположных углах. Докажите, что в некоторый момент расстояние между ними было ровно 11 м.

