

Задача -1. Чтобы вспомнить основы комбинаторики Ерёма предложил вам ответить на несколько вопросов: **а)** Сколько способов построить n захромавших ослов в ряд? **б)** А если вам надо построить ряд только длины k (ослов у Вас всё ещё n)? *Подсказка:* посмотрите сколько вариантов выбрать первого, потом второго и так далее...

Немного теории: Давайте подумаем как изменится число способов из пункта **б)** задачи -1, если мы просто хотим взять k ишаков без учёта порядка. Нам важно какие k ослов у нас выбраны, но не то, как мы их переставили в ряде, поэтому делим на количество их перестановок, то есть на $k!$.

Задача 0. **а)** Пункт **а)** из задачи -1, если главный ишак (он один среди этих n) должен быть среди первых 5? ($n \geq 5$) **б)** А сколькими способами Вы можете выбрать несколько хромых из своего ослиного стада? (Быть может всех или ни одного.)

Задача 1. Ерёма решил поделить свой длинный участок (полоска из 20 клеточек) на 7 частей, он ставит 6 заборов, в одной клетке помещается 1 забор, сколькими способами он может это сделать?

Ещё теория: Давайте попробуем разложить одинаковых n шаров по k разным коробкам. Тогда можно мыслить так: расставим $k-1$ перегородку и n шаров в ряд в каком-то порядке, и положим всё, что до первой перегородки в первый ящик, всё, что между первой и второй – во второй и так далее. Получаем, что это число способов выбрать из $n+k-1$ мест $k-1$ для перегородок, а это вы считать умеете.

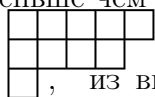
Задача 2. После прихода на рынок Ерёмы у Вас осталось k ослов. Вы решаете выиграть в суровой конкуренции за счёт качества ослов, а как повысить качество осла? Правильно! Дать ему морковь. У вас целых n морковок. Сколько способов раздать их голодным ишакам? (Можно оставлять ослов голодными $\bigcirc \curvearrowright \bigcirc$)

Задача 3. Ваша стратегия оказалась успешной, после очередной покупки хромых в стаде их стало 15. Однако сытый осёл не всегда значит счастливый осёл. Ишаки пришли к Вам с просьбой организовать футбольный турнир. Поскольку спорт дело хорошее, предлагаем посчитать число способов разбить стадо на три команды для кругового турнира.

Определение. Числом сочетаний с повторениями из n элементов по k называется число способов разложить k одинаковых шаров по n различным ящикам. Обозначение: $\overline{C}_n^k$ (попробуйте найти связь с C_n^k).

Задача 4. Докажите, что $\overline{C}_n^k = \overline{C}_{n-1}^k + \overline{C}_n^{k-1}$.

Задача 5. Ерёма тоже не сидел без дела, он купил осла Евпатия! Как вожак, Евпатий на себя взял кормёжку, его главный принцип: не кормить ишака, пока каждый старше его не получил хотя бы одну морковку. Моркови у Ерёмы n , меньше чем ослов... Сколько способов раздать еду у хромого Евпатия, не нарушая принципа?



Определение. Фигура типа , из выровненных по левому краю клетчатых горизонтальных полос, длина которых не возрастает сверху вниз, называют диаграммой Юнга. Число клеток в ней — её вес.

Задача 6. Сколько существует диаграмм Юнга **а)** веса 5; **б)** веса 8, имеющих не более 3 строк; **в)** произвольного веса, но имеющих не более p строк и не более q столбцов?

Задача 7. Из-за политики Хромого (с большой буквы, т. к. уже звание) Евпатия по кормёжке стадо разделилось на две части: 6 уважаемых ослов (включая Евпатия), которых Ерёма хорошо знает, и остальные 9 ишаков, которые для него неразличимы. Также у Ерёмы есть 4 разных хлева и 3 неразличимых для него сарая. Сколькими способами он может: **а)** распределить уважаемую часть стада по хлевам; **б)** 9 остальных по хлевам; **в)** 9 остальных по сараям; **г)** уважаемых по сараям?



-1 а	-1 б	0 а	0 б	1	2	3	4	5	6 а	6 б	6 в	7 а	7 б	7 в	7 г

Дополнительные задачи

Задача 8. Ваш бизнес идёт в гору и Вы решаете выбрать 9 лучших хромых ишаков, чтобы кормить их не только морковью, но и яблоками. Сколькими способами вы можете раздать верным ослам еду, если у вас 7 морковок и 4 яблока?

Задача 9. Тем временем, у E&E (новое название компании Ерёмы и Евпатия) уже n ишаков.

а) Сколькими способами их можно отправить в командировку на m различных ферм (для обучения ими других ослов, как правильно быть хромыми)? **б)** А если учитывать только количество ослов посланных на ферму? **в)** Решите пункт а) если на каждую ферму кто-то должен поехать.

Задача 10. На окружности отмечены 7 различных точек. Сколько можно провести незамкнутых несамопересекающихся ломаных с вершинами во всех этих точках?

Дополнительные задачи

Задача 8. Ваш бизнес идёт в гору и Вы решаете выбрать 9 лучших хромых ишаков, чтобы кормить их не только морковью, но и яблоками. Сколькими способами вы можете раздать верным ослам еду, если у вас 7 морковок и 4 яблока?

Задача 9. Тем временем, у E&E (новое название компании Ерёмы и Евпатия) уже n ишаков.

а) Сколькими способами их можно отправить в командировку на m различных ферм (для обучения ими других ослов, как правильно быть хромыми)? **б)** А если учитывать только количество ослов посланных на ферму? **в)** Решите пункт а) если на каждую ферму кто-то должен поехать.

Задача 10. На окружности отмечены 7 различных точек. Сколько можно провести незамкнутых несамопересекающихся ломаных с вершинами во всех этих точках?

Дополнительные задачи

Задача 8. Ваш бизнес идёт в гору и Вы решаете выбрать 9 лучших хромых ишаков, чтобы кормить их не только морковью, но и яблоками. Сколькими способами вы можете раздать верным ослам еду, если у вас 7 морковок и 4 яблока?

Задача 9. Тем временем, у E&E (новое название компании Ерёмы и Евпатия) уже n ишаков.

а) Сколькими способами их можно отправить в командировку на m различных ферм (для обучения ими других ослов, как правильно быть хромыми)? **б)** А если учитывать только количество ослов посланных на ферму? **в)** Решите пункт а) если на каждую ферму кто-то должен поехать.

Задача 10. На окружности отмечены 7 различных точек. Сколько можно провести незамкнутых несамопересекающихся ломаных с вершинами во всех этих точках?