

Гомотетичные треугольники

1. У двух неравных треугольников попарно параллельны стороны. Докажите, что существует ровно одна гомотетия, переводящая один в другой.

2. У двух треугольников попарно параллельны стороны. Докажите, что прямые, соединяющие соответственные вершины, пересекаются в одной точке или параллельны.

3. На сторонах треугольника построены прямоугольники, имеющие общие точки, как указано на рисунке. Докажите, что прямые AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке.

4. G, H, I, J, K, L — середины сторон AB, BC, CD, DE, EF, AF шестиугольника $ABCDEF$. Оказалось, что $GL \parallel IJ, GH \parallel JK, HI \parallel KL$. Докажите, что прямые AD, BE, CF пересекаются в одной точке.

5. Высоты AA_1, BB_1, CC_1 остроугольного $\triangle ABC$ пересекаются в точке H . Пусть H_a, H_b, H_c — точки, симметричные H относительно прямых B_1C_1, A_1C_1, A_1B_1 соответственно. Докажите, что прямые AH_a, BH_b, CH_c пересекаются в одной точке.

6. Сформулируйте и докажите аналоги утверждений 1 и 2 для произвольных n -угольников.

7. Окружность, вписанная в $\triangle ABC$, касается сторон BC, CA, AB в точках A_1, B_1, C_1 . Точки A_2, B_2, C_2 — середины дуг BAC, CBA, ACB описанной около $\triangle ABC$ окружности. Докажите, что прямые A_1A_2, B_1B_2, C_1C_2 пересекаются в одной точке.

8*. В неравностороннем $\triangle ABC$ точки A_0, B_0, C_0 — середины сторон BC, CA, AB . Биссектриса $\angle C$ пересекает прямые A_0C_0 и B_0C_0 в точках B_1 и A_1 . Докажите, что прямые AB_1, BA_1 и A_0B_0 пересекаются в одной точке.

9**. AA_1, BB_1, CC_1 — высоты

остроугольного неравностороннего $\triangle ABC$, пересекающиеся в точке H . D — точка пересечения касательных в точках A и C к описанной около $\triangle ABC$ окружности. M — середина AC . Докажите, что прямые DB_1 и MH пересекаются на прямой A_1C_1 .

