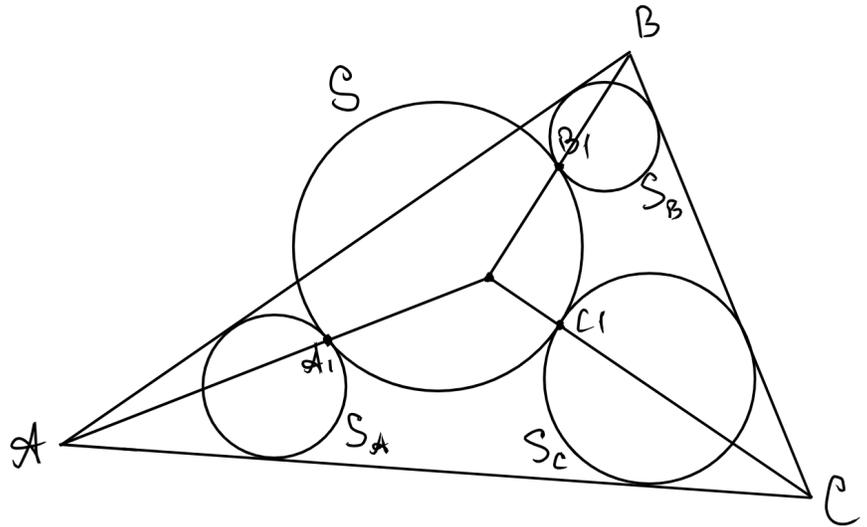


Гомотетия и окружность

При гомотетии окружность переходит в окружность, а касательная к окружности в касательную к ее образу.

1. Найдите все гомотетии, переводящие одну окружность в другую.
2. В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) O — точка пересечения диагоналей. Докажите, что окружности, описанные около $\triangle ADO$ и $\triangle BCO$, касаются.
3. Окружности S_1 и S_2 касаются внешним образом в точке F . Прямая l касается S_1 и S_2 в точках A и B соответственно. Прямая, параллельная прямой l , касается S_2 в точке C и пересекает S_1 в двух точках. Докажите, что точки A, F и C лежат на одной прямой.
4. В угол вписаны окружности радиусов $1, r$ и 4 , причем вторая окружность касается первой и третьей. Найдите r .
5. Точка D на стороне BC треугольника ABC такова, что радиусы вписанных окружностей треугольников ABD и ACD равны. Докажите, что радиусы окружностей, внеписанных в треугольники ABD и ACD , касающихся соответственно отрезков BD и CD , тоже равны.

6*. Окружности S_A, S_B, S_C касаются окружности S в точках A_1, B_1 и C_1 и двух сторон $\triangle ABC$, как указано на рисунке. Докажите, что прямые AA_1, BB_1, CC_1 пересекаются в одной точке.



7. Из двух точек прямой проведены по две касательные к окружности. В образованные углы с вершинами в этих точках вписаны окружности равного радиуса. Докажите, что их линия центров параллельна данной прямой.