Математический кружок МЦНМО, 8 класс, занятие 3 *18 октября 2003г*

Принцип Дирихле

0. Пусть m кроликов сидят в n клетках. Тогда найдётся клетка, в которой сидит не менее $[\frac{m}{n}]$ кроликов. (Это утверждение про кроликов традиционно называют *принципом Дирихле.*)

1. Число волос на голове у человека не превосходит 300 тысяч. В Москве живёт 12 миллионов человек. Доказать, что найдётся 40 москвичей с одинаковым количеством волос.

2. В розыгрыше чемпионата Испании по футболу участвует 20 команд. Доказать, что в любой момент найдутся две команды, сыгравшие одинаковое число матчей. (В том году сыграли только один круг.)

3. В классе 33 ученика, сумма их возрастов составляет 430 лет. Верно ли, что в классе найдутся 20 учащихся, сумма возрастов которых больше 260 лет?

4. Какое наибольшее число клеток можно закрасить на шахматной доске так, чтобы никакая фигура вида  не была бы закрашена целиком?

5. Можно ли равносторонний треугольник полностью покрыть двумя меньшими равносторонними треугольниками?

6. Доказать, что если медиана треугольника является его биссектрисой, то треугольник равнобедренный.