Принцип крайнего

1. На окружности расставлены числа, каждое из которых равно среднему арифметическому своих соседей. Докажите, что все числа равны.

2. Из точки внутри выпуклого многоугольника опускают перпендикуляры на прямые, содержащие его стороны. Докажите, что хотя бы один перпендикуляр попадёт на сторону.

3. Докажите, что у любого многогранника найдутся две грани с одинаковым числом сторон.

4. В течение дня в библиотеке побывало 57 читателей. Оказалось, что в тот день из любых трёх читателей двое в библиотеке встретились. Докажите, что сотрудник библиотеки смог сделать важное сообщение в такие два момента времени, что все 57 человек его услышали. (Каждый читатель побывал в библиотеке ровно один раз.)

5. На плоскости расставили 100 точек так, что никакие три из них не лежат на одной прямой. Докажите, что можно провести 50 отрезков с вершинами в расставленных точках так, чтобы никакие два отрезка не пересекались.

6. На поверхности прямоугольного торта произвольным образом лежит маленькая прямоугольная шоколадка. Как одним прямым разрезом поделить торт между двумя едоками, чтобы каждому досталось половина торта и половина шоколадки?

7. Сумма пяти натуральных чисел равна 25. Докажите, что их произведение меньше 3200.