Оценка по дискретному анализу, ФПМИ МФТИ, лектор А.М. Райгородский, 2025 год.

За семинары выставляется оценка S от 0 до 10. За экзамен выставляется оценка E от 2 до 10 (см. ниже). Если $E = 2$, то итоговая оценка равна $I := 2$ (вне зависимости от S). Иначе итоговая оценка равна

$$I := \lambda S + (1 - \lambda)E$$

(округление к ближайшему целому; в бóльшую сторону для полуцелых чисел).

Здесь $\lambda = 0.5$ для группы 323 и $\lambda = 0.3$ для остальных групп.

Экзамен по ДА состоит из трех частей: предварительной (см. задачи для подготовки на стр. 4), основной и призовой.

- **Предварительная часть.**

  Студент, у которого $S \geqslant 8$, *по его желанию* автоматически получает 8 баллов за предварительную часть И лишается возможности взять «вопросы попроще» (см. ниже; он сможет взять «вопросы посложнее», если доберет по «билету» нужное количество баллов).

  Остальные студенты пишут письменную работу, состоящую из 8 вопросов, продолжительностью 30 минут. За ответ на каждый вопрос можно получить 1 балл или 0 баллов.

  Для перехода к основной части экзамена необходимо набрать *не менее* 4 *баллов*, которые идут в общую сумму баллов. В противном случае студент получает $E = 2$.

- **Основная часть.**

  - **Билет** из теоретического вопроса и задачи (на $5+5$ баллов или $4+6$ баллов). На подготовку и ответ дается 65 минут.

    Если студент набрал не более 10 *баллов (из* $8 + 10 = 18$*)*, то получает $E = 2$.

    Если студент набрал $11 - 14$ *баллов (из* 18*)*, то получает два дополнительных вопроса попроще.

    Если студент набрал не менее 15 *баллов (из* 18*)*, то получает два дополнительных вопроса посложнее (или, по своему желанию, попроще).

  - **Два дополнительных вопроса попроще** (на $6 + 7$ баллов). На подготовку и ответ даются дополнительные 75 минут.

    Максимально студент может набрать $8 + 10 + 13 = 31$ балл.

    По истечении 140 *минут от начала экзамена* ставится оценка E (см. ниже).

  - **Два дополнительных вопроса посложнее** (на $8 + 9$ баллов). На подготовку и ответ дается дополнительные 85 минут.

    Максимально студент может набрать $8 + 10 + 17 = 35$ баллов.

    Если студент набрал не менее 32 *баллов (из* 35*)*, то переходит к призовой части.

    Иначе по истечении 150 минут от начала экзамена ставится оценка E (см. ниже).

- **Призовая часть:** 1 вопрос (на 10 баллов). На подготовку и ответ даются примерно 40 минут. Эта часть сдается А.М. Райгородскому (или заменяющему его экзаменатору).

  По истечении примерно 190 *минут от начала экзамена* ставится оценка E (см. ниже).

Если за предварительную и основную часть студент завоевал L баллов, то

- $E = 2$ при $L \leq 13$.

• $E = (L-2)/4$ при $13 < L < 32$.

• $E \in [(L-2)/4, 10]$ по решению А.М. Райгородского (или заменяющего его экзаменатора) при $L \geq 32$.

Вопрос в билете на n **баллов** как правило, но не обязательно, близок к какому-то пункту программы на n баллов.

Можно досдавать вопросы из билета и дополнительные — в рамках общего времени, имеющегося у студента (140, 150 или примерно 190 минут). Если студент получил дополнительные или призовой вопросы раньше, то неиспользованное старое время не сгорает.

Экзамен заканчивается после указанного времени, даже если студент не успел что-то ответить. Поэтому начинайте отвечать пораньше и обязательно обращайтесь к экзаменатору или к старшему по аудитории, если Вы готовы отвечать и у Вас нет другого задания, над которым Вы можете думать, ожидая экзаменатора.

Студент может попросить *подсказку*; за решение задачи с подсказкой очки снимаются (по критериям и по усмотрению экзаменатора).

Студент может пользоваться официальной шпаргалкой `https://mathmaker.ru/problem/e7310f6c-4cdc-47ab-bf0d-b3a9e0362e22` и **не может** пользоваться никакими другими материалами.

Выходить на 5 минут можно перед получением новых вопросов (попроще, посложнее или совсем призовых).

Выбор, сделанный студентом, не меняется. В частности, каждый студент, получивший предварительную часть, получает за экзамен оценку (а не неявку).

На первой пересдаче (второй сдаче) в основной части задача заменяется на второй теоретический вопрос, оцениваемый в то же количество баллов, что и задача. **Правила второй пересдачи (третьей сдачи, комиссии)** будут объявлены ее участникам.

Общие критерии (для студентов и экзаменаторов)

Хотя мы пытались привести четкие и понятные критерии, они не претендует на формальную полноту.

За ошибку, найденную и исправленную студентом самостоятельно, очки не снимаются (но и дополнительное время не дается). При этом указание на то, где именно ошибка, обычно является *подсказкой* (за выдачу которой очки снимаются). На заслушивание студентом объяснений экзаменатора, что и почему неправильно, дополнительного времени не дается.

Студент должен **уметь приводить строгие определения, формулировки и доказательства.** [1] (В частности, студент должен знать, какие понятия принимаются в качестве неопределяемых — вообще в математике или в рамках данного курса.) Если приведенное студентом определение не засчитано экзаменатором (даже после исправлений, сделанных студентом, см. предыдущий абзац), то рассказ, использующий это определение, оценивается в 0 баллов и не заслушивается. Если приведенная студентом формулировка утверждения не засчитана экзаменатором, то доказательство этого утверждения оценивается в 0 баллов и не заслушивается. *Если умение приводить строгие определения, формулировки и доказательства продемонстрировано на нескольких примерах,* то далее можно рассказывать менее строго и формализовать только указанные экзаменатором места (например, где без строгого изложения невозможно по-настоящему проверить результат).

Студент может пользоваться без доказательства теми результатами из *других* курсов, формулировки которых он знает. Сами формулировки (и необходимые для них определения) нужно приводить только по просьбе экзаменатора.

Если студент использует факт, изученный в сдаваемом курсе, в т.ч. на семинарах, то нужно привести его формулировку. Если формулировка засчитана экзаменатором, то нужно привести и доказательство — кроме случаев, когда этим фактом явно разрешено пользоваться без доказательства (написано в билете или сказал экзаменатор).

Следствие. Полезно учиться (до экзамена!) рассказывать строгие определения, формулировки и доказательства — на семинарах, друг другу и т.д. (а также писать математические тексты и работать над замечаниями по текстам). [2]

Успехов! А.М. Райгородский, А.С. Волостнов, М.А. Кошелев А.Б. Скопенков, Г.М. Соколов, С.К. Солопов

---

[1] В виде

Определение. $\langle$ *определение, осмысленное, даже если его вырезать из остального текста; при этом используемые понятия из других курсов можно не определять, если этого не попросит экзаменатор, а понятия из курса ДА нужно определять* $\rangle$

Теорема. $\langle$ *утверждение, осмысленное и верное, даже если его вырезать из остального текста* $\rangle$

Например, ни одно из утверждений

Теорема. $1+2+\dots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

Теорема. $1+2+\dots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ *для целого положительного* n.

не имеет смысла, ибо не указано, для каких n утверждается равенство.

Все три утверждения

Теорема. $1+2+\dots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ *для любого целого положительного* n.

Теорема. $1+2+\dots+n=\dfrac{n(n+1)}{2}$ *для некоторого целого положительного* n.

Теорема. $1+2+\dots+n=100$ *для некоторого целого положительного* n.

осмыслены (впрочем, второе из них не интересно, а третье неверно).

[2] *Студент:* Просто за то, что ты не уложился во время и не успел ответить преподавателю часть билета, терялось где-то два балла, а то и больше.

Преподаватель: На самом деле, не хватило времени на то, чтобы *на экзамене (до)изучить курс.* Если студент не (до)изучает курс *на* экзамене, а лишь демонстрирует знания и умения, приобретенные *до* экзамена, то времени хватает с запасом. Конечно, некоторым трудно это осознать (как любую неприятную вещь).

Список базовых задач для подготовки к предварительной части экзамена

(по `https://old.mccme.ru//circles//oim/discrbook.pdf`; эти же задачи создают базу для подготовки к основной части экзамена)

1.1.8bd и 1badc, 3ba, 4abcd, 5ba, 6ba, 7b, 8b, 10a, 11a из п. 6.1 (без использования не доказанных Вами утверждений про e; только в задаче 7b можно пользоваться без доказательства формулой Стирлинга)

2.1.1, 2.1.2a, 2.2.5ab, 2.2.6ab, 2.6.7b

3abcd, 4ab, 5ab, 1a, 6a, 7.5, 8.33, 9.5 из п. 2.4 (используйте без доказательства формулу Эйлера)

1a, 3abcd, 4b, 5ab, 6a, 7 из п. 2.5

1abc, 2abc, 3, 4abc, 5a, 6 из п. 2.7

3.1.1, 3.1.2a, 3.1.3, 3.2.1, 3.2.2b, 3.2.3ab, 3.2.5a

1.5.1ab, 1.5.2ab, 1.5.7 (п. 1.5 по электронной версии = п. 1.6 по бумажной версии).

4, 5abcef, 7ab, 10a, 11a, 14ab из п. 6.3.

5.1.2ab, 5.1.3ab, 5.1.5ad

2abc, 3a, 4ab, 5cdba из п. 7.1.

7.3.3, 7.3.4bc, 7.3.5 (без ф-лы Стирлинга)

1(439,43'), 2abc, 4a, 5abc, 6a, 7a из п. 4.1.

1ab, 2abc, 6, 7ab из п. 4.2

4.3.3bca, 4.3.1, 4.3.4a

1ab, 2ab из `https://arxiv.org/abs/2107.13831`.

1a, 2a, 4a (без леммы Ловаса 15), 9ab, 10abc, 11, 12bcd, 13ab, 14a, (далее используя лемму Ловаса 15 без док-ва) 1b, 2b, 3b, 4b из п. 6.2

1ab, 3ab, 5ab, 6a из п. 5.2.

1ab, 5ab, (далее используя лемму Холла без док-ва) 2, 3, 8a из п. 5.3.

1kn, 2, 3ab, 4ab из п. 5.4 (в 4b используя лемму Холла без док-ва).

1ab, 2abc, 3bc, 4a, 6ab из п. 5.5.

Для тем 1го семестра вот тот же список по бумажной версии книги.

Асимптотики: 6.1.1(2,4), 6.1.5(1-4), 6.1.6(1-3), 6.1.7(1, 3-5), 6.1.8(1,5), 6.1.10(2) (здесь можно использовать формулу Стирлинга), 6.1.11(1)

Начала теории графов: 2.1.1, 2.1.2(1), 2.2.5(1,2), 2.2.6(1,2), 2.6.7(2)

Планарность графов: 2.4.3(1,5-7), 2.4.4(1), 2.4.7(1,2), 2.4.8(1)

Эйлеровы графы: 2.5.1(1), 2.5.3(1-4), 2.5.4(2), 2.5.5(1,2), 2.5.6(1,2), 2.5.7

Экстремальная теория графов: 2.7.1(1-3), 2.7.2(1-3), 2.7.4(1-3), 2.7.5(1), 6.1.2

Раскраски графов, хроматическое число: 3.1.1, 3.1.2(1), 3.1.3, 3.2.2(2), 3.2.3(1,2), 3.2.4 (рис. 11)

Подсчет двумя способами: 1.6.1(1-2), 1.6.2(1-2), 1.6.7

Случайные графы: 6.3.4, 6.3.5(1-3,5-6), 6.3.7(1,2), 6.3.10(1), 6.3.11(1), 6.3.14(1-2)

Начала теории гиперграфов, пересечения подмножеств: 5.1.2(1,2), 5.1.3(1,2), 5.1.5(1,4)

Линейно-алгебраический метод: 7.1.2(1,2), 7.1.3(1), 7.1.4(1,2), 7.1.5(1-4)