

РЕКОМЕНДАЦИИ ПО (ПИСЬМЕННЫМ) РЕШЕНИЯМ ДЛЯ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ

от доктора Скопенкова

Зачем?

Важнейший результат интеллектуальной деятельности — текст (или программа), который можно прочитать (или которой можно воспользоваться) без консультаций с ее автором. И который проверен его авторами настолько серьезно, что пользование не принесет вреда. Поэтому важнейшее отличие *исследовательской* деятельности от *учебной* — необходимость серьезно проверять результаты.

В научном мире (и не только) для подготовки таких текстов принята система «тщательного рецензирования». При ней окончательный (публикуемый, награждаемый) текст формируется в процессе работы автора над замечаниями рецензента. Этот процесс аналогичен процессу *отладки* программы, занимающему значительное время программиста.

Написать завершённое доказательство¹ на несколько страниц и более практически невозможно, если перед этим не тренироваться на более коротких текстах на полстраницы (учебных или научных).

Ученику полезно постепенно знакомиться с таким стилем работы.

См. https://en.wikipedia.org/wiki/KISS_principle

<http://people.apache.org/~fhanik/kiss.html>

Обсуждение

Нижеприведенные рекомендации не претендуют на формальную полноту. Научиться правильно и понятно записывать доказательства можно только записывая и обсуждая их. Пояснения и другие рекомендации можно получить, подойдя в перерыве или подняв руку во время индивидуальной работы на семинаре.

A genius makes his own rules, but a 'how to' article is written by one ordinary mortal for the benefit of another... Most things that an article such as this one can say have at least one counterexample in the practice of some natural born genius. Authors of articles such as this one know that, but in the first approximation they must ignore it, or nothing would ever get done.

(P. Halmos, How to talk mathematics.)

Нижеприведенные рекомендации написаны в основном по поводу *учебных* решений задач. Однако большинство из них справедливо и к написанию четких формулировок и полных доказательств в *научных* работах.² Поэтому я приветствую представление в качестве письменных решений коротких текстов типа «формулировка + доказательство» по исследовательской теме, которой Вы занимаетесь, близкой к теме курса.

Указания, приведенные в литературе к курсу, не являются образцами письменных решений. Решения, приведенные там, являются образцами *осмысленности* письменных решений. Точнее, должны являться — если Вы заметили недочет, сообщите и получите балл. Но эти решения могут не быть образцами *полноты*: некоторые обоснования могут быть сознательно пропущены. Как отличить указания от решений, а также осознать необходимый в данной

¹https://www.mccme.ru/circles/oim/mmks/pravila_mmks.htm#zaver

²Научные работы по математике, конечно, не должны состоять только из четких формулировок и полных доказательств. Вообще, уметь писать тексты на общематематическом уровне строгости нужно не затем, чтобы абсолютно всюду это делать. Есть ситуации, когда полезен *менее* высокий уровень строгости. А есть ситуации, когда полезен *более* высокий уровень строгости (в большей части математической логики). Важно, чтобы нестрогий текст не выдавался бы за строгий и, в частности, был явно отделен от строгого. См. также <https://www.mccme.ru/circles/oim/mmks/howto.htm>, <http://ium.mccme.ru/rekom.html>.

ситуации уровень полноты? Вам поможет опыт чтения и написания письменных решений, а также размышления об уровне качества услуг (медицинских, финансовых, юридических и т.д.), который Вы хотели бы получать.

При проверке письменных решений для пользователя я четко пишу, в чем недочет, только если он не состоит в неучтении одной из нижеприведенных рекомендаций. Если состоит, то ставлю ее номер.

Сами рекомендации

(0) В решении нужно приводить ответ на вопрос задачи (если он требуется). Желательно давать ответ в самом начале и потом его *доказывать*. Объяснять, как ответ был *придуман*, не обязательно (это не относится к педагогическим текстам).

(1) Пишите только осмысленные фразы.³ (При проверке бессмысленные фразы — в частности, фразы, опирающиеся на бессмысленные — не оцениваются. Осторожно, бессмысленные фразы в начале текста могут привести к тому, что весь текст, даже длинный, не будет прочитан, и будет оценен в 0. Бессмысленность формулировки леммы может привести к тому что ее доказательство, даже длинное, не будет прочитано.)

(1a) Обозначение после существительного относится к этому существительному. («Подмножество A » означает «подмножество, называемое A », а не «подмножество множества A ».)

(1b) Не используйте неадекватно абстрактный язык, особенно если Вы им не владеете. Лучше писать грамотно словами, чем неграмотно кванторами.

(1c) Не забывайте при введении нового объекта x (например, числа) указывать

- «для некоторого [числа] x ...» (синоним: «существует [число] x , такое что...»), или
- «для любого [числа] x ...» (другой вариант: «если x [число] с такими-то свойствами, то...»).

Например, фраза «число x делится на 5» при первом появлении числа x не имеет смысла, ибо за ней скрываются две разные фразы «некоторое число x делится на 5» (это верно) и «любое число x делится на 5» (это неверно).

(2) В частности, явно определяйте все объекты и понятия, не заданные в условии задачи (если Вы пишете решение задачи) или не общеизвестные в кругу людей, для которых предназначен текст (если Вы пишете формулировку и решение). Еще лучше избегать введения новых слов. Иногда это невозможно (или нецелесообразно) — так и появляются новые понятия и теории — но Вам не будет нужно создавать их для решения домашних задач. (Осторожно, решение, основанное на рассмотрении объекта, который не определен, оценивается в 0 баллов.)

³Например, ни одно из утверждений

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

и даже

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ для целого положительного } n.$$

не имеет смысла, ибо не указано, для каких n утверждается равенство.

Все три утверждения

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ для любого целого положительного } n.$$

$$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2} \text{ для некоторого целого положительного } n.$$

$$1 + 2 + \dots + n = 100 \text{ для некоторого целого положительного } n.$$

осмыслены (впрочем, второе из них не интересно, а третье неверно).

(2а) Явно выделяйте определения словами «определим», «положим» или «обозначим». ⁴

(3) Структурируйте текст.

Ставьте точки между предложениями; не используйте длинные предложения. ⁵

Явно разбивайте длинный текст на части, например: «лемма», «доказательство того-то», и т.д. Отмечайте не только начала, но и концы формулировок или доказательств — отступами или словами «конец доказательства» или «QED» и т.д. Это нужно делать независимо от того, как именно Вы выделили тот факт, который Вы собираетесь доказать (будь то словом «лемма» или словами «докажем, что»).

(4) Указывайте явно логическую связь между частями текста (например, предложениями или формулами). Обычно она выражается короткими символами или словами: «. (точка)», «и», «или», синонимами слова «следовательно». (Отсутствие логических связей между частями текста — например, отсутствие знаков равносильности или следствия при преобразовании формул — обычно приводит к появлению бессмысленных фраз, см. п. (1).)

(5) Не заключайте в скобки часть определения, формулировки или доказательства. Заключение фразы в скобки *не является* явным указанием на логическую связь между этой фразой и остальным текстом. (Обычно в скобки заключают комментарии, не являющиеся частью определений, формулировок или доказательств.)

(6) Ссылайтесь только на четко сформулированные утверждения. Например, вместо «аналогично доказательству леммы 2 получаем A » обычно нужно либо выделить лемму, используемую и для A , и в доказательстве леммы 2, либо написать, какую конкретно замену в доказательстве леммы 2 нужно сделать, чтобы получить A .

(7) Перед доказательством по индукции четко формулируйте утверждение, доказываемое по индукции, и явно выделяйте параметр индукции.

(8) Избегайте местоимений — часто неясно, что именно они заменяют.

(9) *Пишите четкие решения* сразу правильно, а не неправильно с последующими исправлениями. (Несмотря на то, что *пояснять идею* как раз часто полезно, сначала изложив ее нечетко или неправильно, а потом уточняя.)

⁴Например, запись $a = b + c$ без слова «обозначим» означает, что *ранее определенный* объект a равен сумме *ранее определенных* объектов b и c . Запись «Пусть $a = b + c$ » может означать: «рассмотрим случай, когда *ранее определенный* объект a равен сумме *ранее определенных* объектов b и c »; следовательно, далее нужно рассмотреть случай $a \neq b + c$.

⁵Без этого будут появляться бессмысленные фразы, см. п. (1). Например, конструкция « $A \Rightarrow B \Leftarrow C$ » (или, эквивалентно, « $A \Rightarrow B$ т.к. C ») не имеет смысла, поскольку $[(A \Rightarrow B) \Leftarrow C] \neq [A \Rightarrow (B \Leftarrow C)]$. Более общо, конструкция «[длинная фраза] т.к. C » не имеет смысла, поскольку неясно, что именно из этой длинной фразы обосновывает C . Аналогично, конструкция «Так как A , то $B \Rightarrow C$ » не имеет смысла.