1.В треугольнике ABC M - середина стороны BC, I - центр вписанной окружности. Прямая MI пересекает высоту AH в точке E. Докажите, что отрезок AE равен радиусу вписанной окружности.

2.Две окружности одинакового радиуса касаются внутренним образом третьей в точках A_1 и A_2. C - точка, лежащая на большей окружности. Отрезки CA_1 и CA_2 вторично пересекают соответствующие окружности в точках B_1 и B_2. Докажите, что прямые A_1A_2 и B_1B_2 параллельны.

3.На основаниях трапеции во внешнюю сторону построены равносторонние треугольники. Докажите, что прямая, соединяющая третьи вершины этих треугольников, проходит через точку пересечения диагоналей трапеции.

4.Постройте с помощью циркуля и линейки квадрат, вписанный в данный треугольник.

5.В треугольнике ABC D - точка касания вписанной окружности со стороной AC. M - точка на вписанной окружности, диаметрально противоположная D. Прямая BM пересекает сторону AC в точке K. Докажите,что $AK = DC$.

6.Окружность вписана в сегмент, образованный другой окружностью и прямой. Докажите, что прямая, соединяющая точки касания, проходит через середину дуги второго сегмента.

7.Пусть внешние касательные двух пересекающихся окружностей пересекаются в точке O. Третья окружность вписана в сегмент, образованный пересечением первых двух и касается их в точках A и B. Докажите, что точки O, A и B лежат на одной прямой.

Дополнительные задачи

1.В треугольнике ABC расположены окружности α, β, γ и δ с одинаковым радиусом так, что каждая из первых трех касается двух сторон треугольника и окружности δ. Докажите, что центр δ лежит на прямой, соединяющей центры вписанной и описанной окружностей треугольника ABC.

2.На сторонах треугольника ABC построены во внешнюю сторону квадраты ABB_1A_2, BCC_1B_2 и CAA_1C_2. Докажите, что серединные перпендикуляры к отрезкам A_1A_2, B_1B_2 и C_1C_2 пересекаются в одной точке.

3.К окружности ω проведены три секущих так, что A, B, C - точки их попарного пересечения образуют треугольник, лежащий внутри круга. Пусть A_1, B_1, C_1 точки касания окружностей, вписанных в треугольные сегменты с вершинами A, B и C соответственно. Докажите, что прямые AA_1, BB_1 и CC_1 пересекаются в одной точке.