Множества.

1. Объединение счетного числа счетных множеств счетно.

2. На прямой можно разместить не более чем счетное число попарно непересекающихся интервалов.

3. Назовем восьмеркой объединение двух несамопересекающиеся кривых, имеющих ровно одну общую точку и соприкасающиеся внешним образом. Докажите, что на плоскости можно разместить не более чем счетное число восьмерок.

4. Назовем буквой T объединение двух перпендикулярных отрезков, конец одного из которых лежит во внутренней точке другого. Докажите, что плоскость нельзя замостить буквами T, т.е. так разместить буквы T, что каждая точка плоскости будет принадлежать ровно одной из них.

5. a) Отрезок равномощен интервалу. **b)** Интервал равномощен прямой. **c)** Отрезок равномощен квадрату со внутренностью.

6. Отрезок равномощен множеству последовательностей из нулей и единиц.

7. Найдите мощность множества всех счетных наборов точек отрезка.

8. a) Докажите, что если объединение двух множеств имеет мощность континуум, то хотя бы одно из этих множеств имеет мощность континуум. **b)** То же для объединения счетного числа множеств.

9. Никакое множество не равномощно множеству всех своих подмножеств.

10. (теорема Кантора-Берштейна) Если множество A равномощно некоторому подмножеству множества B, а множество B равномощно некоторому подмножеству множества A, то A и B равномощны.

11. У монотонной функции не более чем счетное число точек разрыва.

12. Найдите мощность **a)** всех, **b)** непрерывных, **c)**монотонных функций на отрезке.

13. Можно ли покрыть прямую попарно непересекающимися отрезками?