Линейность

Группа Стали, Кудряшов Ю. Г., 07.04.06

Это дополнение к листку первой пары для скучающих.

Задача 1. Проводится тестирование из n вопросов. После проведения тестирования выяснилось, что организаторы, назначив подходящим образом баллы за вопросы, могут добиться произвольного порядка участников при упорядочении по баллам. Какое могло быть максимальное число участников?

Задача 2. В клетках таблицы 3×3 написаны числа. Среди всех возможных магических квадратов выбирается тот, для которого сумма квадратов разностей чисел этого квадрата и исходного минимальна. Обозначим таблицу этих разностей через $\Delta_{i,j}$. Докажите, что для любого магического квадрата $a_{i,j}$ выполнено равенство $\sum_{i,j} \Delta_{i,j} a_{i,j} = 0$.

<++>

Задача 3. На плоскости нарисована фигура по клеткам. Кроме того, фиксировано несколько шаблонов (наборов клеток). Докажите, что следующие условия эквивалентны:

1. невозможно покрыть фигуру данными шаблонами в ровное число слоёв;
2. можно так расставить числа в клетках фигуры, что сумма чисел в любом шаблоне будет положительна, а сумма всех написанных чисел равна нулю.