

# Всерос-9

15.04.09

1. В числе  $A$  цифры идут в возрастающем порядке (слева направо). Чему равна сумма цифр числа  $9 * A$ ?
2. В стране несколько городов, некоторые пары городов соединены беспосадочными рейсами одной из  $N$  авиакомпаний, причем из каждого города есть ровно по одному рейсу каждой из авиакомпаний. Известно, что из любого города можно долететь до любого другого (возможно, с пересадками). Из-за финансового кризиса был закрыт  $N - 1$  рейс, но ни в одной из авиакомпаний не закрыли более одного рейса. Докажите, что по-прежнему из любого города можно долететь до любого другого.
3. Треугольник  $ABC$  вписан в окружность  $S$ . Пусть  $A_0$  — середина дуги  $BC$  окружности  $S$ , не содержащей  $A$ ;  $C_0$  — середина дуги  $AB$ , не содержащей  $C$ . Окружность  $S_1$  с центром  $A_0$  касается  $BC$ , окружность  $S_2$  с центром  $C_0$  касается  $AB$ . Докажите, что центр  $I$  вписанной в треугольник  $ABC$  окружности лежит на одной из общих внешних касательных к окружностям  $S_1$  и  $S_2$ .
4. Числа от 1 до 1000000 покрашены в два цвета — черный и белый. За ход разрешается выбрать любое число от 1 до 1000000 и перекрасить его и все числа, не взаимно простые с ним, в противоположный цвет. Вначале все числа были черными. Можно ли за несколько ходов добиться того, что все числа станут белыми?