Комбинаторная геометрия. Задачи на разные темы.

КГР.1. Правильный нечетноугольник разбили непересекающимися диагоналями на треугольники. Докажите, что хотя бы один из получившихся треугольников остроугольный.

КГР.2. Разрежьте квадрат на остроугольные треугольники.

КГР.3. В квадрате со стороной 1 находится 51 точка. Докажите, что какие-то три из них можно накрыть кругом радиуса 1/7.

КГР.4. Существует ли правильны n-угольник, все вершины которых имеют целочисленные координат.

а) $n = 4$.

б) $n = 3$.

в) $n \geqslant 5$.

КГР.5. На плоскости даны несколько прямых, причём так, что через точку пересечения любых двух проходит ещё какая-та прямая. Докажите, что тогда все прямые пересекаются в одной точке.

КГР.6. Пусть некоторое конечное множество точек на плоскости обладает тем свойством, что ось симметрии каждой пары точек из этого множества одновременно является осью симметрии всего множества. Докажите, что тогда все точки множества принадлежат одной окружности.

КГР.7. Докажите, что если бесконечное множество точек обладает тем свойством, что расстояние между каждыми двумя точками целочисленно, то все точки этого множества лежат на одной прямой.

КГР.8. Существует ли ограниченные множества, равные своей собственной части?