Комбинаторика. Гаврилюк $21-1$

1. (a) Сколько существует шестизначных чисел, в записи которых есть хотя бы одна четная цифра?

(b) Каких семизначных чисел больше: тех, в записи которых есть единица, или остальных?

(c) Назовём натуральное число "симпатичным", если в его записи встречаются только чётные цифры. Сколько существует пятизначных симпатичных чисел?

2. Имеется $2k+1$ карточек, занумерованных числами от 1 до $2k+1$. Какое наибольшее число карточек можно выбрать так, чтобы ни один из извлечённых номеров не был равен сумме двух других извлечённых номеров?

3. Сто человек сидят за круглым столом, причём более половины из них - мужчины. Докажите, что какие-то двое из мужчин сидят друг напротив друга.

4. Из двух математиков и десяти экономистов надо составить комиссию из восьми человек. Сколькими способами можно составить комиссию, если в неё должен входить хотя бы один математик?

5. Найдите сумму всех семиизначных чисел, которые можно получить всевозможными перестановками цифр $1, ..., 7$.

6. (a)На двух клетках шахматной доски стоят чёрый и белый короли. За один ход можно сходить любым королём (короли дружат, так что могут стоять в соседних клетках, но не в одной и той же). Могут ли в результате их передвижений встретиться все возможные варианты расположения этих королей, причём ровно по одному разу?

(b)Тот же вопрос, если короли разучились ходить по диагонали.