Устная олимпиада группы X, 18.10.04

Задача 1. Решите уравнение $x^2 + y^2 = 3z^2$ в целых числах.

Задача 2. Существует ли граф без петель и кратных рёбер, в котором 10 вершин степени 2004, 1002 вершины степени 1002 и 2004 вершины степени 4?

Задача 3. Пусть AK и BL — высоты треугольника ABC, M — середина стороны AB. Дано, что $MK = ML$. Верно ли, что треугольник ABC — равнобедренный?

Задача 4. Докажите, что для произвольных положительных x_i выполнено неравенство:

$$\frac{(x_1 + x_2)^2}{x_1 + 2x_2} + \frac{(x_2 + x_3)^2}{x_2 + 2x_3} + \cdots + \frac{(x_n + x_1)^2}{x_n + 2x_1} \geq \frac{4}{3}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$$

Устная олимпиада группы X, 18.10.04

Задача 1. Решите уравнение $x^2 + y^2 = 3z^2$ в целых числах.

Задача 2. Существует ли граф без петель и кратных рёбер, в котором 10 вершин степени 2004, 1002 вершины степени 1002 и 2004 вершины степени 4?

Задача 3. Пусть AK и BL — высоты треугольника ABC, M — середина стороны AB. Дано, что $MK = ML$. Верно ли, что треугольник ABC — равнобедренный?

Задача 4. Докажите, что для произвольных положительных x_i выполнено неравенство:

$$\frac{(x_1 + x_2)^2}{x_1 + 2x_2} + \frac{(x_2 + x_3)^2}{x_2 + 2x_3} + \cdots + \frac{(x_n + x_1)^2}{x_n + 2x_1} \geq \frac{4}{3}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$$

Устная олимпиада группы X, 18.10.04

Задача 1. Решите уравнение $x^2 + y^2 = 3z^2$ в целых числах.

Задача 2. Существует ли граф без петель и кратных рёбер, в котором 10 вершин степени 2004, 1002 вершины степени 1002 и 2004 вершины степени 4?

Задача 3. Пусть AK и BL — высоты треугольника ABC, M — середина стороны AB. Дано, что $MK = ML$. Верно ли, что треугольник ABC — равнобедренный?

Задача 4. Докажите, что для произвольных положительных x_i выполнено неравенство:

$$\frac{(x_1 + x_2)^2}{x_1 + 2x_2} + \frac{(x_2 + x_3)^2}{x_2 + 2x_3} + \cdots + \frac{(x_n + x_1)^2}{x_n + 2x_1} \geq \frac{4}{3}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)$$