Олимпиада группы Y, 19.10.04

Задача 1. Решите в целых числах уравнение $2^x - 1 = y^2$.

Задача 2. Постройте связный граф с девятью вершинами равных степеней, для которого существуют такие натуральные числа k и l, что:
• у любых двух вершин, соединённых ребром, ровно k общих соседей;
• у любых двух вершин, не соединённых ребром, ровно l общих соседей;
• дополнительный граф также связен.

Задача 3. Хорды AB, CD, EF и GH окружности пересекаются в точке O. Докажите, что точка пересечения BC и FH, точка O и точка пересечения EG и AD лежат на одной прямой.

Задача 4. Докажите, что количество способов разбить натуральное число n на слагаемые, не кратные k, равно количеству способов разбить n на слагаемые так, чтобы каждое встречалось менее, чем k раз. (Разбиения, отличающиеся порядком слагаемых, считаются одинаковыми.)

Олимпиада группы Y, 19.10.04

Задача 1. Решите в целых числах уравнение $2^x - 1 = y^2$.

Задача 2. Постройте связный граф с девятью вершинами равных степеней, для которого существуют такие натуральные числа k и l, что:
• у любых двух вершин, соединённых ребром, ровно k общих соседей;
• у любых двух вершин, не соединённых ребром, ровно l общих соседей;
• дополнительный граф также связен.

Задача 3. Хорды AB, CD, EF и GH окружности пересекаются в точке O. Докажите, что точка пересечения BC и FH, точка O и точка пересечения EG и AD лежат на одной прямой.

Задача 4. Докажите, что количество способов разбить натуральное число n на слагаемые, не кратные k, равно количеству способов разбить n на слагаемые так, чтобы каждое встречалось менее, чем k раз. (Разбиения, отличающиеся порядком слагаемых, считаются одинаковыми.)

Олимпиада группы Y, 19.10.04

Задача 1. Решите в целых числах уравнение $2^x - 1 = y^2$.

Задача 2. Постройте связный граф с девятью вершинами равных степеней, для которого существуют такие натуральные числа k и l, что:
• у любых двух вершин, соединённых ребром, ровно k общих соседей;
• у любых двух вершин, не соединённых ребром, ровно l общих соседей;
• дополнительный граф также связен.

Задача 3. Хорды AB, CD, EF и GH окружности пересекаются в точке O. Докажите, что точка пересечения BC и FH, точка O и точка пересечения EG и AD лежат на одной прямой.

Задача 4. Докажите, что количество способов разбить натуральное число n на слагаемые, не кратные k, равно количеству способов разбить n на слагаемые так, чтобы каждое встречалось менее, чем k раз. (Разбиения, отличающиеся порядком слагаемых, считаются одинаковыми.)