Московская математическая конференция школьников

ПРОГРАММА заседания 15.12.2013, МЦНМО

Можно прийти только на часть заседания

10.00-10.10, ауд. 306. Открытие. Выступление Алексея Александровича Заславского. Объявления Бориса Рафаиловича Френкина.

10.10-10.35, ауд. 306. А.М. Райгородский, Экстремальные системы множеств (Председатель А.А. Заславский)

10.40-11.05, ауд. 306. А. Лепес, Неравенство Йенсена и выпуклые функции. (Председатель А.А. Привалов)

11.10-11.35, ауд. 306. И. Павлов, К. Хадаев, 3-раскрашиваемые графы с запретами на ребрах. (Председатель А.А. Заславский)

11.35-11.50, ауд. 307. Перерыв (чай, кофе, бутерброды)

11.50-12.15, ауд. 306. В. Белоусов, A smaller counterexample to the Lando Conjecture. (Председатель В.Ю. Губарев)

12.20-12.50, ауд. 306. А. Зимин, A short proof of the Conway-Gordon-Sachs Theorem. (Председатель В.Ю. Губарев)

12.50-13.05, ауд. 307. Перерыв (чай, кофе, бутерброды)

Секция комбинаторики и анализа (аудитория 308, председатель М.А. Аленников).

13.05-13.30. Р. Крутовский, О графах данного диаметра без малых циклов.

13.35-13.55. И. Левин, Г. Николаев, Дискретные гармонические функции.

14.00-14.20. Д. Ахтямов, Разрешимость кубических уравнений с использованием одного радикала.

Секция анализа и комбинаторики (аудитория 306, председатель И.Ж. Ибатулин).

13.05-13.30. И. Флегонтов, Многочлены Бернштейна.

13.35-13.55. А. Вавилов, Треугольник Лейбница.

14.00-14.20. Д. Селиванов, О площадях некоторых плоских многоугольников.

14.20-15.00. Обеденный перерыв (чай, кофе, бутерброды в ауд. 307, можно сходить в Муму)

15.00-15.30, ауд. 306. А.Г. Мякишев, О коллинеарности центров некоторых окружностей, связанных с окружностью Эйлера. (Председатель Б.Р. Френкин)

15.35-15.45, ауд. 306. Объявление решения жюри и награждение

АННОТАЦИИ докладов ММКШ-2013

Полные тексты см. на http://www.mccme.ru/mmks/notes.htm, notesm.htm

ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ

Алексей Николаевич Глебов, Эффективные приближенные алгоритмы для задачи коммивояжера и ее модификаций.

В докладе речь пойдет о малотрудоемких алгоритмах для решения задачи коммивояжера и некоторых близких к ней задач. Ввиду того, что полиномиальных по трудоемкости алгоритмов для точного решения таких задач неизвестно, основное внимание будет уделено приближенным алгоритмам с гарантированными оценками точности и временно́й сложности. Будет сделан обзор известных приближенных алгоритмов для различных вариантов задачи коммивояжера на минимум и на максимум. Будут предложены постановки исследовательских задач на построение новых приближенных алгоритмов с гарантированными оценками точности для некоторых случаев задачи коммивояжера и ее модификаций.

Доклад не состоится, поскольку автор не сможет приехать.

Алексей Геннадиевич Мякишев, О коллинеарности центров некоторых окружностей, связанных с окружностью Эйлера.

В докладе будет рассказано о следующей новой теореме геометрии треугольника, аналогичной теоремам Фейербаха и Тебо. *Центры трех окружностей, вписанных в углы остроугольного треугольника и касающихся внутренним образом окружности девяти точек, лежат на одной прямой.*

Андрей Михайлович Райгородский. Экстремальные системы множеств.

НОМИНАЦИЯ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ. АУДИТОРНЫЕ ДОКЛАДЫ.

Белоусов Владислав, A smaller counterexample to the Lando Conjecture.

The following conjecture was proposed in 2010 by S. Lando. Let M and N be two unions of the same number of disjoint circles in a sphere. Then there exist two spheres in 3-space whose intersection is transversal and is a union of disjoint circles that is situated as M in one sphere and as N in the other . Define union A of disjoint circles to be situated in one sphere as union B of disjoint circles in the other sphere if there is a homeomorphism between these two spheres which maps A to B.

In this paper we prove that there exists pair of sets of 7 circles in sphere, that is a counterexample to the Lando conjecture. This is proved using the Avvakumov Theorem. We conjecture that there exists no pair (M,N) that is counterexample and M contains 6 or less circles.

Рассмотрим два многогранника (не обязательно выпуклых) в трехмерном пространстве, пересекающихся по конечному объединению замкнутых ломаных. Первый многогранник разбивает второй на области. Обозначим через G_1 граф, вершины которого Ч области, и две вершины соединены ребром, если соответствующие области граничат. Аналогично определим граф G_2. При помощи компьютерного перебора С. Аввакумов привел минимальный пример пары графов, не являющейся парой G_1, G_2 ни для каких двух многогранников. В докладе мы представим математическое доказательство этого факта, основанное на небольшом переборе.

Зимин Арсений, A short proof of the Conway-Gordon-Sachs Theorem.

Рассмотрим в трехмерном пространстве 6 точек, никакие 4 из которых не лежат в одной плоскости. Линейная версия теоремы Конвея-Гордона-Закса, утверждает, что найдутся два зацепленных треугольника с вершинами в этих точках. Идея ее оригинального доказательства в том, что изменение положения одной из шести точек не меняет четности количества пар зацепленных треугольников. Затем строится пример, когда количество пар зацепленных треугольников нечетно. В этой работе линейная и кусочно-линейная теорема Конвея-Гордона-Закса сводятся к некоторому красивому и простому факту о пяти точках на плоскости и соединяющих их отрезках.

НОМИНАЦИЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ. АУДИТОРНЫЕ ДОКЛАДЫ.

Данил Ахтямов, Разрешимость кубических уравнений с использованием одного радикала.

Теорема. *Кубическое уравнение $x^3+px+q=0$ с рациональными коэффициентами имеет корень вида $a+br+cr^2$, с рациональными a,b,c,r^3 и вещественным r тогда и только тогда, когда либо оно имеет рациональный корень, либо $D\geq 0$ и число $\sqrt{D}$ рационально, где $D=(\frac{p}{3})^3+(\frac{q}{2})^2$.*

Эту теорему можно использовать для проверки того, имеет ли кубическое уравнение с рациональными коэффициентами корень вида $a+br+cr^2$, где числа a,b,c,r^3 рациональны и r вещественно.

Алексей Вавилов, Треугольник Лейбница.

Будут рассмотрены простейшие свойства треугольника Лейбница. Треугольник Лейбница — это бесконечная таблица чисел, имеющая треугольную форму. Числа на границе этого треугольника обратны последовательным натуральным числам, а каждое число внутри равно сумме двух чисел, стоящих под ним. Существует связь между треугольником Лейбница и треугольником Паскаля. Знаменатели чисел, расположенных в рядах треугольника Лейбница, пропорциональны элементам треугольника Паскаля, причем коэффициентами пропорциональности служат граничные члены.

Роман Крутовский, О графах данного диаметра без малых циклов.

Будет приведено доказательство следующего известного факта. *В связном графе диаметра d без циклов длины $2d+1$ степени всех вершин равны.* Основная идея — доказательство для частного случая, в котором расстояние между вершинами равно d.

Илья Левин и Глеб Николаев, Дискретные гармонические функции.

Двумерные дискретные гармонические функции — функции, определенные в целых точках плоскости, у которых значение в каждой точке равно среднему арифметическому четырех соседних. Такие функции возникают, в частности, в области теории потенциала. Основной результат — дискретный аналог теоремы Лиувилля. Он состоит в том, что ограниченная сверху и снизу дискретная гармоническая функция на бесконечной квадратной решетке обязательно является постоянной. Помимо этого, исследованы некоторые свойства гармонических функций, отдельно рассмотрены функции с ограниченной областью определения. Некоторые идеи показаны при помощи одномерных дискретных гармонических функций. Представлены предварительные результаты работы над численными методами построения.

Адилсултан Лепес, Неравенство Йенсена и выпуклые функции.

Как известно, неравенство Йенсена выполнено для всякой выпуклой функции. Однако в олимпиадных задачах встречаются и невыпуклые функции, для которых справедливо неравенство Йенсена в заданной точке. Например, нами показано, что даже среди многочленов третьей степени таких функций бесконечно много. Оказывается, что это не случайность, и можно сформулировать общий результат. Такая попытка предпринята в настоящей работе. Мы показываем, как сводить доказательство некоторых непростых неравенств к поиску ‘локальной опорной кривой’.

Описание и практическое применение этого метода принято в печать в российский журнал ‘Математика в школе’, болгарский журнал ‘Didactical Modeling’ и гонконгский журнал ‘Mathematical Excalibur’. В качестве демонстрации метода во время доклада планируется представить альтернативное доказательство 7 неравенств из различных олимпиад и исправить неверное решение в книге Ercole Suppa.

Иван Павлов и Константин Хадаев, 3-раскрашиваемые графы с запретами на ребрах.

Изучаются раскраски вершин графов, при которых на каждое ребро графа накладывается по одному или несколько ограничений (запретов), не позволяющих красить концы этого ребра в заданную пару цветов. Для каждого целого числа $r=1,2,\ldots,6$ описан класс графов, допусакающих правильную раскраску вершин в три цвета с дополнительным ограничением, что на каждое ребро графа наложены произвольные r запретов. Нетрудно доказать, что

• при $r = 6$ единственным связным r-раскрашиваемым графом является одновершинный граф,

• при $r \in \{4, 5\}$ класс связных r-раскрашиваемых графов ограничивается цепями длины не более 1, а

• при $r \in \{2, 3\}$ — цепями длины не более 2.

Более сложно доказать, что *связный граф является 1-раскрашиваемым тогда и только тогда, когда его эйлерова характеристика равна* $1, 0, -1$ *и выполнены некоторые ограничения на длины цепей и циклов в нем.*

Даниил Селиванов, О площадях некоторых плоских многоугольников.

Доказана формула для площади многоугольника с вершинами в точках $(q^n, 0)$, (q^{n+k-i}, i). Здесь k, n, q — фиксированные целые числа и $i = 0, \ldots, k$.