Московская математическая конференция школьников
ПРОГРАММА заседания 16.12.2018

Доклады проходят в ауд. 306 на 3 этаже МЦНМО (а не в конференц-зале; кроме тех, у которых указан номер аудитории), перерывы в 404.

Можно прийти на часть заседания.

Подробнее: `http://www.mccme.ru/mmks`

10.00-10.10. Открытие. Выступление Алексея Александровича Заславского.

Пленарные доклады.

10.10-10.40. *Е. Коган.* Множественная сложность построения правильного многоугольника. (Председатель А.А. Заславский)

10.40-11.15. *Д. Захаров.* Хроматические числа графов пересечений подмножеств. (Председатель А.А. Привалов)

11.15-11.25. Перерыв (чай, кофе, бутерброды)

Секция геометрии и теории чисел (председатель Д.В. Прокопенко)

11.25-11.35. *Скворцов Дмитрий.* Число $(n-1)!+1$ является точной степенью числа n только при $n=2,3$ и 5.

11.35-12.05. *Львов Алексей.* О центрах гомотетий вписанных окружностей и окружностей Тебо.

12.05-12.25. *Уткин Андрей.* Изогональное сопряжение в описанном четырехугольнике.

Секция алгебры и комбинаторики (председатель А.И. Сгибнев, ауд. 304)

11.25-11.35. *Сивков Савелий,* Решение квадратного уравнения по простому модулю.

11.35-12.05. *Хорошавкина Надежда*, Универсальный граф для графов ширины разрезания 2.

12.05-12.20. *Попова Елизавета*, О тригонометрическом решении уравнения 5-й степени.

12.25-12.35. Перерыв (чай, кофе, бутерброды)

12.35-13.05. Стендовые доклады (ответственные члены жюри: Я.В. Абрамов, Н.А. Маслов, Д.В. Прокопенко, и А.И. Сгибнев). *Просим авторов стендовых докладов стоять у своих стендов (можно с чаем и бутербродами).*

Акиньшин Степан, Геодезические линии на усеченном тетраэдре.

Попов Вадим, Об инверсных образах точки Фейербаха и обобщении теоремы Емельяновых.

Романов Игнат, О наилучших игральных костях.

Постановки задач

13.05-13.35. *А.А. Заславский и А.И. Сгибнев.* Геометрическое место ортоцентров треугольников, вписанных в конику. (Председатель Ф.К. Нилов.)

13.35-14.00. *Ф.К. Нилов.* Конфигурации окружностей на плоскости. (Председатель А.И. Сгибнев.)

14.00-14.10. Перерыв (чай, кофе, бутерброды)

14.10-15.00. Об учебе и приобщении студентов к научной работе в некоторых ВУЗах

14.10-14.20. *Н.А. Вавилов*, бакалавриат «Математика» СПБГУ

14.20-14.30. *Е.А. Молчанов*, ФИВТ и ФУПМ МФТИ.

14.30-14.40. *А.А.Эстеров*, матфак ВШЭ.

14.40-15.00. *Е.Ю. Смирнов,* НМУ.

15.00-15.10. *Награждение.*

15.15-15.45. Ауд. 304. Семинар А.А. Заславского и А.И. Сгибнева

15.15-15.45. Семинар Ф.К. Нилова

Аннотации некоторых докладов ММКШ-2018

Полные тексты см. на `http://www.mccme.ru/mmks/notes.htm`, `.../notesm.htm`

ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ

Заславский Алексей Александрович и Сгибнев Алексей Иванович, *Геометрическое место ортоцентров треугольников, вписанных в конику.*

Нилов Федор Константинович, *Конфигурации из окружностей на плоскости.*

Классическая теорема Сильвестра-Галлаи утверждает, что *если на плоскости дано конечное число попарно пересекающихся прямых, то либо все прямые проходят через одну точку, либо найдется точка пересечения, через которую проходят ровно две данные прямые.* В 2001 году Алон, Ласт, Пинхаси и Шарир сформулировали следующую гипотезу.

Гипотеза. *На плоскости дано конечное число окружностей, любые две из которых имеют* 1 *или* 2 *общие точки. Тогда либо все окружности проходят через две точки, либо все окружности касаются друг друга в одной точке, либо найдçтся точка пересечения, через которую проходит не более трех данных окружностей.*

Гипотеза была доказана для всех наборов, состоящих из достаточно большого числа окружностей ($> 10^9$). Мы построим контрпример к данной гипотезе и обсудим возможные подходы (комбинаторные и геометрические) к описанию всех контрпримеров.

ДОКЛАДЫ ШКОЛЬНИКОВ И СТУДЕНТОВ

Номинация научно-исследовательских работ

Захаров Дмитрий, *Хроматические числа графов пересечений подмножеств.*

В какое наименьшее число цветов можно покрасить все четырехэлементные подмножества n-элементного множества так, чтобы множества, пересекающиеся ровно по двум элементам, были разного цвета? Мы дадим асимптотически точный ответ при n стремящемся к бесконечности. В решении используются разные разделы математики: линейная алгебра, многочлены многих переменных, теория вероятностей и, конечно, комбинаторика.

Коган Евгений, *Множественная сложность построения правильного многоугольника.*

К подмножеству $A \subset \mathbb{C}$, содержащему числа x, y, можно добавить любое из чисел $x+y$, $x-y$, xy или (если $y \neq 0$) x/y или любое z такое, что $z^2 = x$. Пусть $p = 2^{2^k}+1$ — простое число Ферма. Мы доказываем, что из $\{1\}$ можно получить некоторое множество, содержащее все корни из 1 степени p, за $12p^2$ операций, определенных выше. Этот результат отличается от стандартной оценки сложности алгоритма, находящего корни степени p из 1.

(По сравнению с одноименным докладом прошлого года в доказательствах написаны детали, исправлены недочеты и сделаны упрощения.)

Номинация учебно-исследовательских работ

Львов Алексей, *О центрах гомотетий вписанных окружностей и окружностей Тебо.*

Попова Елизавета, *О тригонометрическом решении уравнения 5-й степени.*

Известно, что уравнение 3-й степени можно решить с помощью тригонометрического метода, то есть путем замены переменной на $\cos t$ и использования формулы для косинуса тройного угла. Мы покажем, что аналогичным методом (т.е. используя формулу для $\cos 5t$) невозможно решить произвольное уравнение 5-й степени. Для доказательства мы представим функцию $\cos(\frac{1}{5}\arccos x)$ в комплексных радикалах.

Сивков Савелий, *Решение квадратных уравнений в вычетах по простому модулю.*

В работе решается в вычетах по простому модулю p квадратное уравнение $ax^2+bx+c \equiv 0 \mod p$, коэффициенты которого — вычеты по модулю p, причем a не кратно p.

Скворцов Дмитрий, *Число $(n-1)!+1$ является точной степенью числа n только при $n=2,3$ и 5.*

В работе приводится доказательство указанной в заголовке теооремы. Оно использует только методы элементарной теории чисел.

Уткин Андрей, *Изогональное сопряжение в описанном четырехугольнике.*

Изогональное сопряжение в четырехугольнике является обобщением изогонального сопряжения в треугольнике. Однако не для любой точки в четырехугольнике существует изогонально сопряженная. Известен критерий существования изогонально сопряженной точки: для точки P в четырехугольнике $ABCD$ существует изогонально сопряженная точка в четырехугольнике тогда и только тогда, когда прямые одной из пар прямых (PA, PC), (PB, PD) изогональны относительно другой пары. Данный критерий — полезный инструмент анализа геометрических конструкций со вписанными окружностями. В работе изучаются свойства описанного четырехугольника $ABCD$, в особенности, взаимосвязи центров вписанных окружностей в определенные треугольники, возникающие в четырехугольнике $ABCD$. Найдены пары изогонально сопряженных точек некоторых четырехугольников.

Хорошавкина Надежда, *Универсальный граф для графов ширины разрезания 2.*

A graph *has cutwidth at most 2* if one can number its vertices by $1,\dots,n$ so that for every $i=1,\dots,n-1$ there are at most 2 edges (u,v) such that $u \le i < v$. A characterization of graphs having cutwidth at most 2 in terms of prohibited subgraphs was obtained by Y. Lin and A. Yang. We present an alternative characterization of such graphs in terms of universal graph.

Стендовые доклады. Номинация исследовательских разработок

Акиньшин Степан, *Геодезические линии на усеченном тетраэдре.*

Мы напомним, что такое геодезические линии на многограннике и их семейства. Мы найдем семейство геодезических линий на усеччнном тетраэдре. Мы покажем фокус Штейнгауза, т.е. сборку многогранников в воздухе.

Романов Игнат, *О наилучших игральных костях.*

Даны целые числа $n, k > 0$. У каждого из двух игроков есть выбранный им самим набор из n целых положительных чисел с суммой k. Игроки берут случайное число из своих наборов. Чье число больше, тот побеждает. Каждый из игроков хочет победить с большей вероятностью, чем его соперник. Для некоторых n и k мы покажем, как игроку выбирать свой набор.

Стендовые доклады. Репетиции докладов к будущим конференциям (не претендуют на награду ММКШ)

Попов Вадим, *Об инверсных образах точки Фейербаха и обобщении теоремы Емельяновых.*