Филиал Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения
Сокольской средней школы «Кудринская основная школа»

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ

на тему:

«Замечательные числа»

Выполнила:

Куликова Полина,

ученица 5 «а» класса

Руководитель:

Куртанова Екатерина Вячеславовна

п. Сокольское

2021 г

Содержание

Введение

Я люблю математику. Мне интересно то, как связаны числа, закономерности, которые существуют в рядах некоторых чисел.

Я уже знаю, что для счета предметов используют натуральные числа. Ряд натуральных чисел начинается с единицы, и каждое последующее число в этом ряду увеличивается на 1. Наибольшего натурального числа не существует, их бесконечно много.

Учитель предложила мне для исследования задачу о замечательных числах. Я решила изучить эти числа и выяснить, каким правилам они подчиняются, что в них интересного.

Цель: решить задачу о замечательных числах.

Задача исследования:

Назовем натуральное число «замечательным», если оно самое маленькое среди всех натуральных чисел с такой же суммой цифр. Например, число 1 замечательное, потому что оно самое маленькое из чисел 1, 10, 100, 1000 и так далее. 1 – это первое замечательное число.

Найдите второе замечательное число. Опишите все числа, у которых сумма цифр такая же. То же для третьего, десятого чисел. Какая сумма цифр будет у 2010-го замечательного числа? Найдите самое большое двузначное замечательное число. Какой у него номер?

1. Второе замечательное число

Нам известно, что натуральное число можно назвать «замечательным», если оно самое маленькое среди всех натуральных чисел с такой же суммой цифр.

Первое замечательное число – 1. А числа с такой же суммой цифр – это 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000 и т. д. Во всех этих числах сумма цифр равна единице. Поэтому числа состоят из одной единицы и разного количества нулей. ***Назовем эту группу чисел первой***.

Как найти второе замечательное число? Если замечательные числа таковы, что они самые маленькие из ряда натуральных чисел с такой же суммой цифр, то нужно рассмотреть числа с суммой цифр, равной двум, поскольку в первой группе чисел сумма цифр была равна единице.

Итак, ***вторая группа чисел***, в которых сумма цифр равна двум:

2, 11, 20, 101, 110, 200, 1 001, 1 010, 1 100, 2 000, 10 001, 10 010, 10 100, 11 000, 20 000, 100 001, 100 010, 100 100, 200 000 и т. д.

Очевидно, что самое маленькое натуральное число в этой группе чисел – 2.

Итак, второе замечательное число равно 2.

2. Третье замечательное число

Рассмотрим ***третью группу чисел***. В них сумма цифр будет равна трем.

Это такие числа:

3, 12, 21, 30, 102, 111, 120, 201, 210, 300, 1 011, 1 101, 1 110, 1 002, 1 020, 1 200, 2 001, 2 010, 2 100, 3 000, 10 011, 10 101, 10 110, 11 001, 11 010, 11 100 и т. д.

Получается, что третье замечательное число равно 3.

Это самое маленькое число в данной группе чисел.

3. Наблюдение по ходу исследования. Предположение о числах, состоящих только из цифры 1

В ходе исследования замечательных чисел я подметила один интересный факт. В каждой из трех первых групп чисел встретилось число, состоящее из одних единиц.

В первой группе чисел

1, 10, 100, 1 000, 10 000, 100 000, …

таким числом является 1.

Во второй группе чисел

2, **11**, 20, 101, 110, 200, 1 001, 1 010, 1 100, 2 000, 10 001, 10 010, 10 100, 11 000, 20 000, 100 001, 100 010, 100 100, 200 000, …

таким числом является 11.

В третьей группе чисел

3, 12, 21, 30, 102, **111**, 120, 201, 210, 300, 1 011, 1 101, 1 110, 1 002, 1 020, 1 200, 2 001, 2 010, 2 100, 3 000, 10 011, 10 101, 10 110, 11 001, 11 010, 11 100, …

таким числом является 111.

Я ***предположила****, что и для каждой группы чисел, в которой находятся натуральные числа с одинаковой суммой цифр, найдется число, состоящее только из единиц.*

Действительно, в четвертой группе чисел будет число 1 111. В пятой – 11 111, в шестой – 111 111, в седьмой – 1 111 111 и так далее.

Значит, мое ***предположение верно***.

4. Исследование групп чисел с одинаковой суммой цифр

Чтобы найти десятое замечательное число, я решила исследовать еще несколько групп натуральных чисел с одинаковой суммой цифр.

Четвертая группа чисел:

4, 13, 22, 31, 40, 103, 130, 202, 220, 301, 310, 400, 1 003, 1 030, 1 300, 1 111, …, 2 101, …

Четвертое замечательное число – 4.

Пятая группа чисел:

5, 14, 23, 32, 41, 50, …, 230, …, 401, …, 1 020, …

Пятое замечательное число – 5.

Шестая группа чисел:

6, 15, 24, 33, 42, 51, 60, …, 141, …, 501, …, 20 202, …, 111 111, …

Шестое замечательное число – 6.

Седьмая группа чисел:

7, 16, 25, 34, 43, 52, 61, 70, 106, …, 331, …, 412, …, 502, …, 1 111 111, …

Седьмое замечательное число – 7.

Восьмая группа чисел:

8, 17, 26, 35, 44, 53, 62, 71, 80, …, 170, …, 401 111, 11 111 111, …

Восьмое замечательное число – 8.

Девятая группа чисел:

9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, …, 40 122, …, 2 021 310, 111 111 111, …

Девятое замечательное число – 9.

5. Наблюдение по ходу исследования. Предположение о том, что замечательное число равно сумме цифр в данной группе чисел

В ходе исследования я заметила, что замечательное число в каждой группе равно сумме цифр в числах этой группы.

В первой группе сумма цифр – 1 и замечательное число 1. Во второй группе сумма цифр – 2 и замечательное число тоже 2. И так для всех первых девяти групп чисел.

***Предположение**: в каждой группе чисел с одинаковой суммой цифр замечательное число равно сумме цифр в числах группы.*

Если мое предположение верно, то для десятой группы чисел, где сумма цифр будет равна 10, замечательное число будет 10.

Но число 10 уже входит в первую группу цифр, где замечательным числом является 1. То есть число 10 вообще не относится к десятой группе чисел, т. к. его сумма цифр равна 1.

Следовательно, мое предположение не подтвердилось.

6. Наблюдение по ходу исследования. Предположение о том, что сумма цифр в каждой группе чисел равна номеру группы

Ранее я выписала первые девять групп чисел и нашла первые девять замечательных чисел. Я заметила, что в каждой последующей группе чисел сумма цифр увеличивается на один. По-другому не может быть, т. к. сумма цифр – это натуральное число, а в натуральном ряду последующие числа увеличиваются на один. То же происходит с номером группы, ведь номера групп – это натуральные числа.

Т. е. в первой группе чисел сумма цифр равна 1, во второй – 2, в третьей – 3, в девятой – 9.

Следовательно, можно сказать, что сумма цифр в каждой группе чисел равна номеру группы.

Также можно сказать, что номер замечательного числа равен сумме цифр в соответствующей группе чисел.

Это выполняется и для следующих групп чисел. В десятой группе чисел сумма цифр будет равна 10, в одиннадцатой – 11, в двенадцатой – 12, и так далее.

7. Десятое замечательное число

Согласно найденной мной зависимости, в десятой группе чисел сумма цифр должна быть равна 10.

Первое натуральное число, сумма цифр которого равна 10, уже будет двузначным. Это число 19, поскольку 1 + 9 = 10.

Итак, десятая группа чисел:

19, 28, 37, 46, 55, 64, 73, 82, 91, 109, 190, …, 604, …, 910, …, 1 111 111 111, …

Следовательно, десятое замечательное число – 19, *поскольку оно самое маленькое в данной группе чисел.*

8. Сумма цифр 2010-го замечательного числа

Поскольку 2010-ое замечательное число входит в 2010-ую группу чисел, то согласно найденной мной ранее зависимости ***сумма его цифр будет равна 2010***.

Согласно найденному мной ранее интересному факту, в 2010 группе чисел обязательно будет число, состоящее только из цифры 1. В этом числе цифра 1 должна быть записана 2010 раз.

9. Самое большое двузначное замечательное число, его номер

Первое двузначное замечательное число – 19. Оно десятое по счету. Найдем другие двузначные замечательные числа.

В числах одиннадцатой группы чисел сумма цифр будет равна 11. Это числа:

29, 38, 47, 56, 65, 74, 83, 92, …, 155, …, 344, …, 902, …, 6014, …

Одиннадцатое замечательное число – 29.

В числах двенадцатой группы чисел сумма цифр будет равна 12. Это числа:

39, 48, 57, 66, 75, 84, 93, 138, 147, 156, …

Двенадцатое замечательное число – 39.

Я заметила, что в каждом последующем двузначном замечательном числе вторая цифра – это 9, а первая цифра увеличивается на 1. Самая большая цифра, которая может стоять первой по счету в таком числе, это 9.

Тогда получается, что наибольшее двузначное замечательное число – это 99.

Какое оно по счету? Я уже нашла, что:

19 – это десятое замечательное число,

29 – одиннадцатое число,

39 – двенадцатое замечательное число.

Поскольку первая цифра числа «99» больше первой цифры десятого замечательного числа «19» на 8, получается, что число 99:

10 + 8 = 18

восемнадцатое по счету.

Следовательно, номер наибольшего двузначного замечательного числа – 18.

Заключение

В ходе исследовательского проекта я изучила «замечательные» числа, которые замечательны тем, что являются наименьшими среди натуральных чисел с одинаковой суммой цифр.

*Я выяснила, что **номер замечательного числа равен сумме цифр в соответствующей группе чисел.***

*Также я заметила, что **для каждой группы чисел, в которой находятся натуральные числа с одинаковой суммой цифр, найдется число, состоящее только из единиц.***

*Я определила, что **второе замечательное число равно 2, третье – 3, а десятое – 19.***

*Также я определила, что **сумма цифр у 2010-го замечательного числа будет равна 2010.***

Самым большим двузначным замечательным числом оказалось восемнадцатое по счету, это число – 99.

В ходе работы над проектом я использовала известные мне свойства натуральных чисел, делала предположения относительно замечательных чисел и пыталась их доказать путем логических рассуждений.

Мне понадобилось выписать 12 групп натуральных чисел с одинаковой суммой цифр, чтобы выявить закономерность между замечательными числами и решить поставленную задачу.

Таким образом, задача исследования мною решена, цель проекта достигнута.

Мне было интересно выполнять эту работу. Я еще раз убедилась в том, что математика удивительная наука, в которой можно делать предположения и искать пути их подтверждения. Иногда предположения оказываются неверными, но это тоже результат, который показывает, что нужно искать решение в другом направлении.

Литература

1. Математика. 5 класс. Учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонский, М. С. Якир. – 2-е изд., перераб. – М. : Вентана-Граф, 2016

2. https://ru.wikipedia.org/wiki/Математическое_доказательство