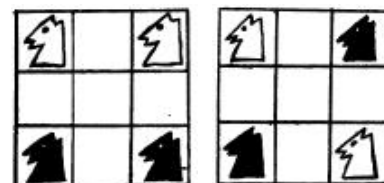


О пользе графов

Идея. Условие задачи бывает полезно нарисовать в виде графа (хороший пример — задача 0).

Задача 0. Можно ли сделав несколько ходов конями попасть из первого положения во второе (см. рис.)?



Ответ. Нет. Составим из клеток доски *граф*, ребра которого соответствуют ходам коня, и увидим, что нас просят двигая бусины по кольцу перейти из состояния ЧЧББ в ЧБЧБ, что невозможно.

Задача 1. В деревне 9 домов. Известно, что у Петра соседи Иван и Антон, Максим сосед Ивану и Сергею, Виктор — Диме и Никите, Евгений — сосед Никиты, а больше соседей в этой деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий кусок забора). Может ли Петр огородами пробраться к Никите за яблоками? *Ответ.* Нет (граф представляет собой 2 линии).

Задача 2. Ребята играют на разных музыкальных инструментах: Петя — на пианино и гитаре, Вова — на гитаре и баяне, Таня — на скрипке и виолончели, Дима — на флейте и трубе, Лена — на пианино и баяне, Сергей — на скрипке и трубе, Света — на виолончели и флейте. Как раздать ребятам по одному инструменту так, чтобы каждый умел на своем играть? Сколько решений имеет задача? *Ответ.* 4 решения.

Задача 3. Можно ли обойти (побывать в каждой клетке по одному разу и вернуться назад) конем доску 4×4 без угловых клеток?

Указание. Нарисуем граф, вершины которого суть клетки доски, а ребра соответствуют ходам коня.

Задача 4. Все костяшки домино выложены в ряд, в соответствии с правилами этой игры. В начале цепи стоит «пусто». Что стоит в конце цепи? *Ответ.* То же самое

Ребра графа

Задача 5. В компании из 5 мальчиков и 7 девочек сначала каждая девочка дала по конфете каждому *знакомому* мальчику, а потом каждый мальчик дал по конфете каждой *незнакомой* девочке. Сколько всего конфет оказалось роздано?

Ответ. 35.

Задача 6. Можно ли соединить проводами а) 2009 б) 2010 телефонов так, чтобы каждый был соединен ровно с тремя другими? *Указание.* а) Сколько потребуется проводов? б) Можно все соединять группами по 4 и по 6 телефонов.

Задача 7. В пруд выпустили 60 голодных щук. Щука сыта, если она съела трех других щук (сытых или голодных). Какое максимальное число щук может насытиться (съеденная сытая щука продолжает считаться сытой)? *Ответ.* $\lceil \frac{30-1}{3} \rceil = 19$ (каждая сытая щука съела свои 3 щуки, хотя бы одна щука в пруду осталась — и ее никто не ел; кроме оценки необходим пример, конечно).

Задача 8. На каждой из 1001 планеты некоторой системы находится астроном, наблюдающий ближайшую планету (среди расстояний между планетами нет одинаковых). Докажите, что а) найдутся две планеты, астрономы которых наблюдают друг друга; б) хотя бы одну планету никто не наблюдает. *Указание.* Рассмотрите самое короткое / самое длинное ребро. (Можно решать и по-другому — при помощи идея закливания.)



Задача 9*. Докажите, что после круглого (каждый играет с каждым) турнира без ничьих можно выстроить всех участников в линию так, что каждый выиграл у соседа слева.