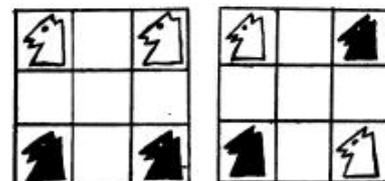


## О пользе графов

*Идея.* Условие задачи бывает полезно нарисовать в виде графа (хороший пример — задача 0).

**Задача 0.** Можно ли сделав несколько ходов конями попасть из первого положения во второе (см. рис.)?



*Ответ.* Нет. Составим из клеток доски *граф*, ребра которого соответствуют ходам коня, и увидим, что нас просят двигая бусины по кольцу перейти из состояния ЧЧББ в ЧБЧБ, что невозможно.

**Задача 1.** В деревне 9 домов. Известно, что у Петра соседи Иван и Антон, Максим сосед Ивану и Сергею, Виктор — Диме и Никите, Евгений — сосед Никиты, а больше соседей в этой деревне нет (соседними считаются дворы, у которых есть общий кусок забора). Может ли Петр огородами пробраться к Никите за яблоками? *Ответ.* Нет (граф представляет собой 2 линии).

**Задача 2.** Ребята играют на разных музыкальных инструментах: Петя — на пианино и гитаре, Вова — на гитаре и баяне, Таня — на скрипке и виолончели, Дима — на флейте и трубе, Лена — на пианино и баяне, Сергей — на скрипке и трубе, Света — на виолончели и флейте. Как раздать ребятам по одному инструменту так, чтобы каждый умел на своем играть? Сколько решений имеет задача? *Ответ.* 4 решения.

**Задача 3.** Можно ли обойти (побывать в каждой клетке по одному разу и вернуться назад) конем доску  $4 \times 4$  без угловых клеток?

*Указание.* Нарисуем граф, вершины которого суть клетки доски, а ребра соответствуют ходам коня.

**Задача 4.** Все костяшки домино выложены в ряд, в соответствии с правилами этой игры. В начале цепи стоит «пусто». Что стоит в конце цепи? *Ответ.* То же самое

## Ребра графа

**Задача 5.** В компании из 5 мальчиков и 7 девочек сначала каждая девочка дала по конфете каждому *знакомому* мальчику, а потом каждый мальчик дал по конфете каждой *незнакомой* девочке. Сколько всего конфет оказалось роздано?

*Ответ.* 35.

**Задача 6.** Можно ли соединить проводами а) 2009 б) 2010 телефонов так, чтобы каждый был соединен ровно с тремя другими? *Указание.* а) Сколько потребуется проводов? б) Можно все соединять группами по 4 и по 6 телефонов.

**Задача 7.** В пруд выпустили 60 голодных щук. Щука сыта, если она съела трех других щук (сытых или голодных). Какое максимальное число щук может насытиться (съеденная сытая щука продолжает считаться сытой)? *Ответ.*  $\lceil \frac{30-1}{3} \rceil = 19$  (каждая сытая щука съела свои 3 щуки, хотя бы одна щука в пруду осталась — и ее никто не ел; кроме оценки необходим пример, конечно).

**Задача 8.** На каждой из 1001 планеты некоторой системы находится астроном, наблюдающий ближайшую планету (среди расстояний между планетами нет одинаковых). Докажите, что а) найдутся две планеты, астрономы которых наблюдают друг друга; б) хотя бы одну планету никто не наблюдает. *Указание.* Рассмотрите самое короткое / самое длинное ребро. (Можно решать и по-другому — при помощи идея закливания.)



**Задача 9\*.** Докажите, что после круглого (каждый играет с каждым) турнира без ничьих можно выстроить всех участников в линию так, что каждый выиграл у соседа слева.