

Защикливание

Задача 1. В новогоднюю ночь на подоконнике стояли в ряд (слева направо) герань, крокус и кактус. Каждое утро Маша, вытирая пыль, меняет местами цветок справа и цветок в центре. Днем Таня, поливая цветы, меняет местами тот, что в центре, с тем, что слева. В каком порядке будут стоять цветы а) через неделю б) в следующую новогоднюю ночь?

Задача 2. а) На какую цифру оканчивается число 2^{2009} ?

б*) Найдите две последние цифры числа 2^{2009} . *Ответ.* 12.

Задача 3. Начнем делить 4 на 39 в столбик. Какая получится сотая цифра после запятой? *Ответ.* $4/39 = 0,(102564)$; сотая цифра — 5.

Задача 4. Один преподаватель оставил на дверях всех кабинетов в школе записки вида «Я в кабинете №...» и исчез в неизвестном направлении. Некоторый школьник начал поиски преподавателя, руководствуясь этими указаниями. Докажите, что с некоторого момента он начнет двигаться по циклу.

Задача 5. На Сириусе каждый день бывает погода одного из трех видов: «магнитная буря», «метеоритный дождь», или «штиль». Установлено, что погода на Сириусе в данный день полностью определяется тем, какая погода была на предыдущей неделе. Всю последнюю неделю шел метеоритный дождь. Докажите, что дождливые недели на Сириусе уже были и еще будут.

Задача 6. Докажите, что если войдя в лабиринт каждый раз поворачивать направо, то через некоторое время выйдешь из него.

Указание. Пусть мы вернулись в точку, где уже были, и смотрим в том же направлении. Запустим время в обратную сторону.

Продолжение

Задача 7. Существует ли число, которое оканчивается на 4 и увеличивается в 4 раза, если перенести ее в начало? *Ответ.* Да. Например, 102564 (ср. с задачей 3).

Задача 8. Напомним, что первые два числа Фиббоначчи равны 1, а каждое следующее есть сумма двух предыдущих.

а) Докажите, что существует число Фиббоначчи, которое делится на 2009.

Указание. $F_0 = 0$, а процесс обратим.

б) Существуют ли два соседних числа Фиббоначчи, делящихся на 2009?