

Цифры числа

Задача 1. Какой цифрой оканчивается число $9999^{999^{999}}$? *Ответ.* 9.

Задача 2. Пятизначное число записали задом наперед и вычли из исходного. Докажите, что результат делится на 11.

Задача 3. Некоторое число оканчивается на 5. Докажите, что его квадрат оканчивается на 25. *Указание.* Представим это число в виде $10a + 5$.

Задача 4. В музее Гуггенхайма в Нью-Йорке есть скульптура, имеющая форму куба. Жук, севший на одну из вершин, хочет как можно быстрее осмотреть скульптуру, чтобы перейти к другим экспонатам (для этого достаточно попасть в противоположную вершину куба). Какой путь ему выбрать? *Указание.* Посмотрим на развертку.

Напомним, что

- число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3;
- число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

Комментарий. Рассказываем у доски в середине занятия.

Задача 5. Как только Незнайка узнал про признаки делимости на 3 и на 9, он сразу же вывел признак делимости на 27: «если сумма цифр некоторого числа делится на 27, то и само число делится на 27». Верен ли он? *Ответ.* Нет.

Задача 6. Хулиган Костя написал на заборе число 25!. Проходивший мимо хулиган Никита заменил часть цифр звездочкой. Получилось

$$15511210043*30985984*0000*.$$

Восстановите пропавшие цифры. *Ответ.* 0, 0, 3 (это три пункта).

Задача 7. Задумчивый Алекс написал на доске число 2010!. Каждую секунду упорный Петр заменяет число на доске на сумму его цифр. Какое число останется на доске в итоге? *Ответ.* 10.

Задача 8. а) И сказал Кащей Ивану Царевичу: «Задумал я *цифры* x , y и z . Утром явишься пред мои очи, и назовешь мне три числа a , b и c . Выслушаю я тебя и скажу, чему равно $ax + by + cz$. Не отгадаешь после этого мои цифры — голову долой!» Запечалился Иван Царевич и пошел думу думать. Может ли он в живых остаться? *Ответ.* Да, спросив про $100x + 10y + z$.

б) Теперь Кащей задумывает произвольные *числа* x , y , z , но разрешает Ивану Царевичу задать два вопроса. Сможет ли Иван Царевич остаться в живых? *Ответ.* Да (первым вопросом узнаем сумму, вторым — $x \cdot 10^{2N} + y \cdot 10^N + z$).