

Процессы II

Задача 0. В новогоднюю ночь на подоконнике стояли в ряд (слева направо) герань, крокус и кактус. Каждое утро Маша, вытирая пыль, меняет местами цветок справа и цветок в центре. Днем Таня, поливая цветы, меняет местами тот, что в центре, с тем, что слева. В каком порядке будут стоять цветы в следующую новогоднюю ночь?

Задача 1. а) На какую цифру оканчивается число 2^{2015} ?

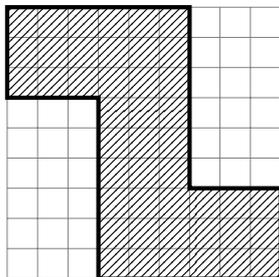
б*) На какую цифру оканчивается число $333^{(333^{333})}$?

Задача 2. Один преподаватель оставил на дверях всех кабинетов в школе записки вида «Я в кабинете номер ...» и исчез в неизвестном направлении. Некоторый школьник начал поиски преподавателя, руководствуясь этими указаниями. Докажите, что с некоторого момента он начнет двигаться по циклу.

Задача 3. На отрезке AB отмечена точка X так, что $AX/AB = 1/10$. После этого отрезок AB разделили на 2^{2015} равных частей. В каком отношении точка X делит ту часть, на которую попадает?

Задача 4. Напомним, что числа Фибоначчи — это последовательность $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$ (первые два числа — единицы, а каждое следующее есть сумма двух предыдущих). Докажите, что можно найти 100500 чисел Фибоначчи, делящихся а) на 5; б) на 10; в) на 100.

Задача 5. Разрежьте фигуру ниже на 3 части и сложите из них квадрат. Двумя способами.



Следующее занятие — **11 ноября**
(4 ноября занятия не будет!)

Процессы II (продолжение)

Задача 6. Существует ли число, которое оканчивается на 4 и увеличивается в 4 раза, если перенести четверку в начало?

Дополнительный вопрос: какую обыкновенную дробь нужно перевести в бесконечную десятичную, чтобы увидеть ответ?

Задача 7. а) Кубик Рубика выведен из первоначального состояния некоторой комбинацией поворотов. Докажите, что всегда можно вернуть его в первоначальное состояние, выполнив эту комбинацию ещё несколько раз.

б*) Существует ли комбинация поворотов, повторяя которую можно собрать кубик рубика из любого состояния?

Задача 8. Последовательность Морса–Туэ нулей и единиц строится следующим образом. Сначала пишется 0, а на каждом следующем шаге к уже выписанному фрагменту приписывается новый фрагмент той же длины, полученный заменой всех 0 на 1 и наоборот:

0110 1001 1001 0110 1001 ...

а) Какая цифра стоит на 2016-м месте?

б) Является ли эта последовательность периодической?

