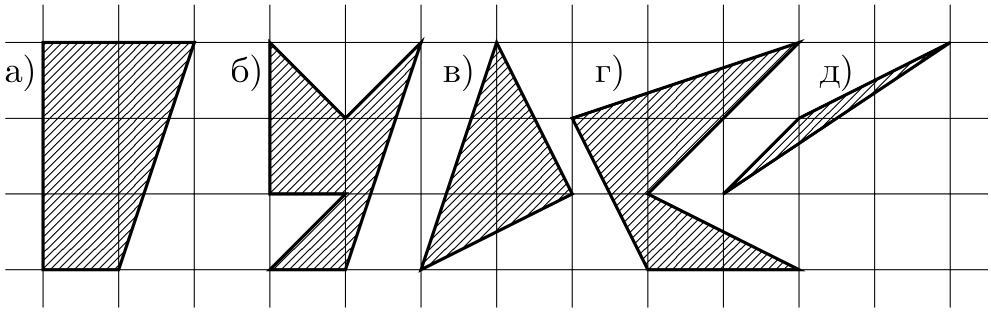
Площади на клетчатой бумаге

Задача 1. Найдите площади (в клеточках) фигур на рисунке.



Задача 2. На клетчатой бумаге отмечены вершины квадрат 4×4. Отметьте еще два узла и соедините их замкнутой ломаной так, чтобы получился шестиугольник площади 6 клеток.

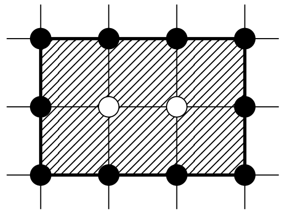
Задача 3. Докажите, что площадь а) треугольника; б) четырехугольника с вершинами в узлах сетки либо целая, либо полуцелая.

Площадь треугольника может быть найдена по формуле $S = ah/2$. Но эта формула утверждение предыдущей задачи совершенно не объясняет: сторона и высота треугольника могут быть и не целыми.

Оказывается, для многоугольников на клетчатой бумаге есть другая формула для площади, в которой (полу)целочисленность сразу видна. Сначала обсудим ее в простейшем случае.

Задача 4. а) Выразите площадь клетчатого прямоугольника со стороной 1 через количество узлов сетки, через которые он проходит.

б) Выразите площадь клетчатого прямоугольника через количество i узлов сетки внутри него и количество b узлов сетки на его границе.

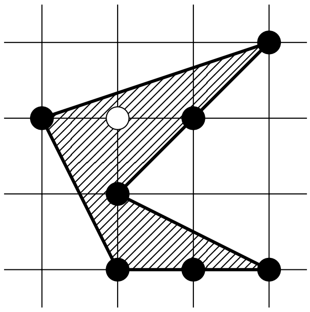


$i = 2$, $b = 10$

Задача 5. Белка за 20 минут приносит орех в гнездо (убегает из гнезда и через 20 минут возвращается с орехом). Каково расстояние от орешника до гнезда, если налегке белка бежит со скоростью 5 м/с, а с орехом — 3 м/с?

Формула Пика

▷ **Формула Пика** состоит в том, что площадь многоугольника с вершинами в узлах сетки есть $i + \frac{b}{2} - 1$, где i — количество узлов сетки внутри многоугольника, b — количество узлов на его границе.



$i = 1$, $b = 7$

Задача 6. Докажите формулу Пика а) для прямоугольного треугольника с катетами, идущими по линиям сетки; б) для любого треугольника, одна из сторон которого идет по линиям сетки.

Задача 7. а) Если многоугольник с вершинами в узлах сетки разрезан на две части, для каждой из которых верна формула Пика, то формула Пика верна и для всего многоугольника.

б) Формула Пика верна для любого треугольника.

в) Формула Пика верна для любого многоугольника.

Задача 8. Найдите расстояние от точки до прямой на картинке ниже.