

## Числа на доске

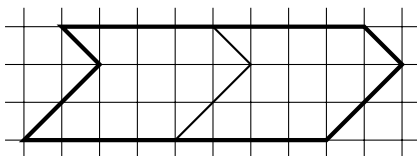
**Задача 1.** На доске написаны числа от 1 до 57. Каждую минуту какую-то пару чисел  $a$  и  $b$  заменяют на число а)  $a + b$  б)  $a + b - 1$ ; в)  $ab$ ; г)  $ab + a + b$ . Какое число может остаться на доске в итоге?

**Задача 2.** На столе стоят 16 стаканов, один из которых перевернут доннышком вверх. Разрешается одновременно переворачивать любые четыре стакана. Можно ли, повторяя эту операцию, поставить все стаканы правильно?

**Задача 3.** В каждой из клеток таблицы стоит либо знак «+», либо знак «-». За ход разрешается заменить в одной строке или одном столбце все знаки на противоположные. Можно ли получить таблицу из одних плюсов из следующих таблиц?

а)	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>+</td><td>-</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr> </table>	+	+	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	б)	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>-</td><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>+</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>+</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr> <tr><td>-</td><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr> </table>	-	+	+	-	+	-	-	+	+	-	-	+	-	+	+	-	в)	<table style="border-collapse: collapse; text-align: center;"> <tr><td>-</td><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr> <tr><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>+</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr> <tr><td>-</td><td>+</td><td>+</td><td>-</td></tr> </table>	-	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	-	+	+	-
+	+	+	+																																																		
+	-	+	+																																																		
+	+	+	+																																																		
+	+	+	+																																																		
-	+	+	-																																																		
+	-	-	+																																																		
+	-	-	+																																																		
-	+	+	-																																																		
-	+	+	-																																																		
+	+	+	+																																																		
+	+	+	+																																																		
-	+	+	-																																																		

**Задача 4.** Петя разрезал фигуру на две равные части, как показано на рисунке. Придумайте, как разрезать эту фигуру на две равные части другим способом.

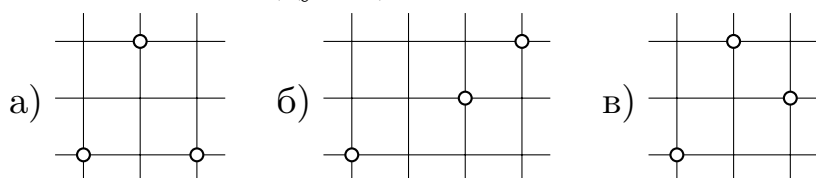


**(продолжение)**

**Задача 5.** а) На 44 елках, растущих в ряд через равные промежутки, сидят 44 веселых чижа, на каждой елке — по чижу. Если какой-то чиж перелетает с одной елки на другую, то какой-то другой чиж обязательно перелетает на столько же метров в противоположном направлении. Могут ли все чижи собраться на одной елке?

б) Тот же вопрос, если елки стоят по кругу.

**Задача 6.** Три кузнечика играют в чехарду на клетчатом листе бумаге: в начале они сидят в трех углах одной клетки, а дальше каждую секунду один их кузнечиков прыгает через другого (и оказывается в симметричной относительно него точке). Могут ли кузнечики оказаться в следующих точках?



**Задача 7.** Докажите, что в условиях задачи 3 таблицу из одних плюсов можно получить тогда и только тогда, когда в каждом квадрате  $2 \times 2$  число минусов четно.

**Задача 8\*.** Исследуйте задачу про кузнечиков — до каких троек точек они могут добраться?