

## Принцип крайнего

**Задача 0.** Докажите, что квадрат нельзя разрезать на равнобедренные треугольники с углами а)  $70^\circ, 70^\circ, 40^\circ$ ; б\*)  $75^\circ, 75^\circ, 30^\circ$ .

**Задача 1.** На шахматной доске стоит несколько ладей. Докажите, что какая-то из ладей бьет не более двух других.

**Задача 2.** Шахматная доска разбита на доминошки. Докажите, что какая-то пара доминошек образует квадратик  $2 \times 2$ .

**Задача 3.** По кругу выписаны несколько чисел, каждое равно полусумме двух соседних. Докажите, что все числа равны.

**Задача 4.** а) Можно ли числа от 1 до 99 выписать в строку так, чтобы любые два соседних отличались не менее, чем на 50? б) Тот же вопрос для чисел от 1 до 100.

**Задача 5.** На кружке 7 класса вместо занятия прошло соревнование по перетягиванию каната. В результате все оказались занесены в список по убыванию силы. Сева задумался: верно ли, что любые трое перетянут любых двоих. За сколько перетягиваний он сможет это установить?

**Задача 6.** На каждой из 1001 планеты некоторой системы находится астроном, наблюдающий ближайшую планету (среди расстояний между планетами нет одинаковых). Докажите, что а) найдутся две планеты, астрономы которых наблюдают друг друга; б) хотя бы одну планету никто не наблюдает.



## Принцип крайнего (и еще)

**Задача 7.** Докажите, что круги, построенные на сторонах выпуклого четырехугольника как на диаметрах, полностью покрывают этот четырехугольник.

**Задача 8.** В некоторой стране 100 аэродромов, причем все попарные расстояния между ними различны. С каждого аэродрома поднимается самолет и летит на ближайший к нему аэродром. Докажите, что ни на один аэродром не может прилететь больше пяти самолетов.