

Принцип крайнего

Задача 0. Докажите, что квадрат нельзя разрезать на равнобедренные треугольники с углами а) $70^\circ, 70^\circ, 40^\circ$; б*) $75^\circ, 75^\circ, 30^\circ$.

Задача 1. На шахматной доске стоит несколько ладей. Докажите, что какая-то из ладей бьет не более двух других.

Задача 2. Шахматная доска разбита на доминошки. Докажите, что какая-то пара доминошек образует квадратик 2×2 .

Задача 3. По кругу выписаны несколько чисел, каждое равно полусумме двух соседних. Докажите, что все числа равны.

Задача 4. а) Можно ли числа от 1 до 99 выписать в строку так, чтобы любые два соседних отличались не менее, чем на 50? б) Тот же вопрос для чисел от 1 до 100.

Задача 5. На кружке 7 класса вместо занятия прошло соревнование по перетягиванию каната. В результате все оказались занесены в список по убыванию силы. Сева задумался: верно ли, что любые трое перетянут любых двоих. За сколько перетягиваний он сможет это установить?

Задача 6. На каждой из 1001 планеты некоторой системы находится астроном, наблюдающий ближайшую планету (среди расстояний между планетами нет одинаковых). Докажите, что а) найдутся две планеты, астрономы которых наблюдают друг друга; б) хотя бы одну планету никто не наблюдает.



Принцип крайнего (и еще)

Задача 7. Докажите, что круги, построенные на сторонах выпуклого четырехугольника как на диаметрах, полностью покрывают этот четырехугольник.

Задача 8. В некоторой стране 100 аэродромов, причем все попарные расстояния между ними различны. С каждого аэродрома поднимается самолет и летит на ближайший к нему аэродром. Докажите, что ни на один аэродром не может прилететь больше пяти самолетов.