

Несколько задач к третьему занятию

Задача 3.1. В новогоднюю ночь на подоконнике стояли в ряд (слева направо) герань, крокус и кактус. Каждое утро Маша, вытирая пыль, меняет местами цветов справа и цветов в центре. Днём Таня, поливая цветы, меняет местами тот, что в центре, с тем, что слева. В каком порядке будут стоять цветы в следующую новогоднюю ночь?

Задача 3.2. На какую цифру оканчивается а) $2^1, 2^2, \dots, 2^6$ б) 2^{2021} в) $333^{(333^{333})}$?

Задача 3.3*. На отрезке AB отмечена точка X так, что $AX : AB = 1 : 10$. После этого отрезок AB разделили на 2^{2021} равных частей. В каком отношении точка X делит ту часть, на которую попадает?

Задача 3.4. Начнём считать пальцы на правой руке: первый — мизинец, второй — безымянный, третий — средний, четвёртый — указательный, пятый — большой, шестой — снова указательный, седьмой — снова средний, восьмой — безымянный, девятый — мизинец, десятый — безымянный и т. д. Какой палец будет 2021 по счету?

Задача 3.5. Ловкий Петя заполнил клетки таблицы цифрами так, что сумма цифр, стоящих в любых трех соседних клетках, равнялась 15, а вредный Вова стёр почти все цифры. Сможете ли вы восстановить таблицу?

6								4					
---	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--

Задача 3.6. Один преподаватель оставил на дверях всех кабинетов в школе записки следующего содержания: «Я в кабинете номер ...» и исчез в неизвестном направлении. (Разные записки могут содержать разную информацию.) Некоторый школьник начал поиски преподавателя, руководствуясь этими указаниями. Докажите, что с некоторого момента он начнёт двигаться по циклу.

Задача 3.7. Петя вынимает из мешка чёрные и красные карточки и складывает их в две стопки. Класть карточку на другую карточку того же цвета запрещено. Десятая и одиннадцатая карточки, выложенные Петей, — красные, а двадцать пятая — чёрная. Какого цвета двадцать шестая выложенная карточка?

Задача 3.8. Напомним, что числа Фибоначчи — это последовательность $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$ (первые два числа — единицы, а каждое следующее есть сумма двух предыдущих). Докажите, что можно найти 100500 чисел Фибоначчи, делящихся а) на 5; б) на 10; в) на 100.