

Эквифинальность

Задача 11.1. а) На доске написаны числа от 1 до 57. Каждую минуту какую-то пару чисел заменяют на их сумму, пока на доске не останется одно число. Какое число останется на доске в итоге?

б) На доске написано 2022 знака «+» и 2021 знак «-». Каждую минуту какую-то пару знаков заменяют на «+», если они одинаковые, и на «-», если они разные. Какой знак останется на доске в итоге? Объясните, почему это не зависит от выбора операций.

Задача 11.2. Каждая грань кубика разделена на четыре квадрата, и каждый квадрат окрашен в один из трех цветов: синий, желтый или красный — так, что квадраты, имеющие общую сторону, окрашены в разные цвета. Сколько при этом может получиться синих, желтых и красных квадратов?

Задача 11.3. На доске написаны в строчку числа от 1 до 10. Вовочка предлагает Маше сыграть в игру: двое по очереди ставят по знаку «+» или «-» между какими-то двумя числами; после того, как все знаки расставлены, подсчитывается результат — если он четен, то выигрывает Маша, а если нечетен, то Вовочка. Вовочка спрашивает у Маши, первой или второй она хочет ходить. Что ей выбрать?

Задача 11.4. Задумайте какое-нибудь трехзначное число без повторяющихся цифр. Напишите обращенное для него число, т.е. число, написанное теми же цифрами, но в обратном порядке, и найдите разность этих чисел (от большего отнимите меньшее). Напишите обращенное число для этой разности и сложите с ней. Зависит ли результат от того, какое число было задумано?

Задача 11.5. В четырехугольнике $ABCD$ углы B и D прямые, а стороны AB и BC равны. Определите его площадь, если известно, что высота BH , опущенная на сторону AD , равна 1.

Эквифинальность (продолжение)

Задача 11.6. Егор записывал свои оценки по математике. Получая очередную оценку, он называл её неожиданной, если до этого момента она встречалась реже каждой из всех остальных возможных оценок. За весь учебный год Егор получил 40 оценок — по 10 пятерок, четверок, троек и двоек (неизвестно, в каком порядке). Можно ли точно сказать, сколько оценок были для него неожиданными?

Задача 11.7. Имеется несколько куч камней. Сизиф таскает по одному камню из кучи в кучу. За каждое перетаскивание он получает от Зевса количество монет, равное разности числа камней в куче, в которую он кладёт камень, и числа камней в куче, из которой он берёт камень. Причем сам перетаскиваемый камень при подсчете не учитывается. (Если указанная разность отрицательна, то Сизиф возвращает Зевсу соответствующую сумму; если Сизиф не может расплатиться, то великодушный Зевс позволяет ему совершать перетаскивание в долг.)

В некоторый момент оказалось, что все камни лежат в тех же кучах, в которых лежали первоначально. Каков наибольший возможный суммарный заработок Сизифа на этот момент?