

Итоговый отчет по гранту фонда "Династия"(2007–2009)

Д. Пионтковский

12 декабря 2009 г.

1 Общие результаты выполнения проекта

Из четырех направлений, перечисленных в заявке (раздел 3), по двум (когерентные горенштейновы кольца и операды) планы, в основном, выполнены, причем в области исследования роста операд получены дополнительные неожиданные продвижения. Что касается двух других направлений, то, во-первых, в области исследования связи алгебр и статистических сумм никаких существенных результатов получено не было, поскольку оказалось, что, по-видимому, оптимистические гипотезы автора не выполняются. Что исследования алгебр разложения некоммутативных многочленов и их обобщений, то эти планы временно отложены и пересмотрены в свете литературы, появившейся в течение выполнения проекта.

Таким образом, часть намеченных планов реализовать удалось, а часть — нет.

2 Основные научные результаты, полученные в 2009 году

Построены [3] примеры горенштейновых когерентных, но не нетеровых градуированных алгебр глобальной размерности 3. В частности, оказалось, что существуют когерентные градуированные алгебры Калаби–Яу, имеющие глобальную размерность три и более трех порождающих. Для таких алгебр когерентность означает, что их можно рассматривать как координатные кольца некоммутативного варианта трехмерного

проективного пространства. Согласно некоммутативной версии соответствия Бернштейна–Гельфанда–Гельфанда, категория когерентных пучков этого некоммутативного многообразия, т. е. факторкатегория категории градуированных когерентных модулей по категории конечномерных модулей, производно эквивалентна категории конечномерных модулей (по модулю проективных модулей) некоторой конечномерной алгебры — некоммутативного аналога внешней алгебры.

В продолжение исследования операд, начатого в [1], показано, что (при некоторых требованиях на симметричность соотношений) производящие функции размерностей операд с конечным базисом Гребнера удовлетворяют системе линейных дифференциальных уравнений [4]. Это позволяет выдвинуть следующую гипотезу: производящие функции операд, допускающих конечный базис Гребнера для тождеств, являются дифференциально алгебраическими, т. е. удовлетворяют некоторому линейному дифференциальному уравнению с алгебраическими коэффициентами.

3 Публикации

В 2009 году вышли одна научная статья [1] и одна научно-популярная работа (проект для школьников) [2]. Новые результаты 2009 г. будут изложены в работах [3, 4].

4 Участие в конференциях

- Workshop on Algebra, Combinatorics and Dynamics, 17–21 August 2009, Belfast, UK
- 21-я летняя конференция международного математического Турнира городов (Теберда, 2–10 августа 2009 года)
- Молодая математика России (конференция победителей конкурсов Пьера Делиня и фонда "Династия"), Москва, 12–13 января 2009 года

5 Преподавательская деятельность

Лекции и семинары по курсам “Линейная алгебра”, “Геометрия и алгебра” и “Современная прикладная алгебра” в Высшей школе экономики. Кроме того, на летней конференции Турнира городов для школьников в виде серии задач было изложено введение в гомологическую алгебру.

Список литературы

- [1] D. Piontkovski, *On Kurosh problem in varieties of algebras*, J. Math. Sci., 163 (2009), 6, pp. 743–750
- [2] Д. Пионтковский, М. Прасолов, Г. Рыбников, *Как считать слова?* (Engl.: “How to count words?”), проект, представленный на 21 летней конференции международного математического Турнира городов, Теберда, 2009 <<http://olympiads.mccme.ru/lktg/2009/3/index.htm>>
- [3] D. Piontkovski, *On quadratic Calabi–Yau algebras*, in preparation
- [4] D. Piontkovski, *On generating functions of operads with finite Groebner basis of relations*, in preparation