

# ОТЧЕТ ПОЛУЧАТЕЛЯ СТИПЕНДИИ П. ДЕЛИНЯ ЗА 2008 ГОД

Л. Е. ПОСИЦЕЛЬСКИЙ

## 1. ОСНОВНЫЕ ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

1.1. Совместно с Р. Безрукавниковым получены следующие результаты, развивающие и обобщающие результаты из работы Р. Безрукавникова [arXiv:math.RT/0005148](https://arxiv.org/abs/math.RT/0005148).

- Длинная точная последовательность, связывающая группы морфизмов в триангулированной категории, группы морфизмов в ее факторкатегории по толстой подкатегории, и группы морфизмов между объектами объемлющей категории “через толстую подкатегорию”.
- Интерпретация полубесконечных когомологий конечномерной градуированной ассоциативной алгебры с двумя дополнительными положительно и отрицательно градуированными подалгебрами как морфизмов между объектами двух разных триангулированных категорий “через их общую триангулированную подкатегорию”.

1.2. Совместно с Д. Румыниным получен следующий результат.

- Эквивалентность в смысле Мориты “левой” и “правой” полуалгебр, связанных с некоторыми парами Хариш-Чандры некоммутативных и некоммутативных алгебр Хопфа, включая частный случай алгебраической пары Хариш-Чандры с гладкой алгебраической подгруппой.

1.3. Совместно с С. Архиповым получены следующие результаты.

- Изоморфизм “левой” и “правой” полуалгебр, связанных с центральными расширениями тейтовских пар Хариш-Чандры, отличающимися на каноническое центральное расширение, в предположении невырожденности спаривания между алгеброй функций на подгруппе и обертывающей алгеброй подалгебры Ли.
- Изоморфизм категорий контрамодулей над топологической алгеброй Ли, допускающей счетную базу окрестностей нуля, состоящую из открытых подалгебр, и контрамодулей над ее топологической обертывающей алгеброй.

- Определение полубесконечных когомологий (в отличие от известных из классики полубесконечных гомологий) тейтовских алгебр Ли. (Коэффициентами этой теории когомологий являются контрамодули над тейтовскими алгебрами Ли.)
- Теорема сравнения полубесконечных (ко)гомологий тейтовской алгебры Ли с открытой пронильпотентной подалгеброй и функторов  $\text{Semi-Tor}/\text{SemiExt}$  для соответствующей полуалгебры.

1.4. Получены следующие результаты.

- Эквивалентность категорий неоднородных кошулевых полуалгебр и квази-дифференциальных кошулевых коалгебр при подходящих условиях (ко)плоскости (неоднородная квадратичная двойственность и теорема Пуанкаре-Биркгофа-Витта для полуалгебр над кокольцами над кольцами).
- Эквивалентность полупроизводной категории полумодулей над неоднородной кошулевой полуалгеброй и копроизводной категории квази-дифференциальных комодулей над соответствующей квази-дифференциальной коалгеброй (относительная неоднородная кошулева двойственность для полуалгебр).
- Частным случаем последнего результата является эквивалентность производной категории модулей над кольцом дифференциальных операторов, действующих в векторном расслоении на аффинном алгебраическом многообразии, и копроизводной категорией CDG-модулей над соответствующей CDG-алгеброй де Рама. (Обобщение на неаффинный случай несложно.)
- Эквивалентность в смысле Мориты “левой” и “правой” полуалгебр над кокольцом над коммутативным кольцом, связанных с парой, состоящей из гладкого аффинного алгебраического группоида и его замкнутого подгруппоида с тем же многообразием вершин.

## 2. ОПУБЛИКОВАННЫЕ И ПОДАННЫЕ В ПЕЧАТЬ РАБОТЫ

2.1. Совместно с Р. Безрукавниковым опубликован электронный препринт: Roman Bezrukavnikov, Leonid Positselski. On semi-infinite cohomology of finite dimensional graded algebras. [arXiv:0803.3252](https://arxiv.org/abs/0803.3252) [math.QA]. Март 2008 г. 17 страниц.

Работа представлена в журнал *Compositio Math.*

2.2. Опубликованы расширенные и дополненные версии электронного препринта: Leonid Positselski. Homological algebra of semimodules and semicontramodules. [arXiv:0708.3398](https://arxiv.org/abs/0708.3398) [math.ST]. Версии 3–6 появились в 2008 году. В 2008 году были добавлены: параграф 0.4, секция 11, приложения C–F. Приложение C написано совместно с Д. Румыниным, приложение D написано совместно

с С. Архиповым. Версия 2 (декабрь 2007) занимала 191 страницу, версия 6 (октябрь 2008) занимает 296 страниц.

Работа рассматривается в издательстве Birkhäuser Basel на предмет возможности опубликования в виде книги.

### 3. УЧАСТИЕ В КОНФЕРЕНЦИЯХ, ДОКЛАДЫ НА СЕМИНАРАХ

Я не участвовал в конференциях в 2008 году. Мною были сделаны два доклада на семинарах в МИ РАН им. Стеклова.

3.1. Доклад на семинаре “Геометрия алгебраических многообразий” в отделе алгебры МИ РАН 22 мая 2008. Тема доклада: “Полуалгебры, связанные с тейтовскими парами Хариш-Чандры”.

3.2. Доклад на семинаре отдела алгебры МИ РАН (семинаре Шафаревича) 7 октября 2008. Тема доклада: “Контра модули”.

### 4. ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ

В октябре-декабре 2008 г. я читаю спецкурс на тему “Полубесконечная гомологическая алгебра” в Независимом Московском Университете. Целью спецкурса является доказательство теоремы сравнения полубесконечных (ко)гомологий тейтовских алгебр Ли и полуассоциативных полуалгебр. В октябре и ноябре состоялось 7 лекций.