

Отчет о проведенных исследованиях за 2009 год в рамках проекта Талалаева Дмитрия:

“Алгебро-геометрические методы в квантовых интегрируемых системах”

1 Краткое описание цели проекта

В основном проект направлен на построение квантового аналога метода решения классических интегрируемых систем, основанного на конструкции спектральной кривой и лагранжева слоения, определяемого отображением Абеля. Основой проекта была конструкция квантового характеристического полинома для квантовой системы Годена [1], которая играет исключительную роль в решении квантовой системы, как в терминах разделенных переменных, так и на языке метода анзаца Бете. Кроме этого, конструкция квантовой спектральной кривой позволила явно описать геометрическое соответствие Ленглендса над полем \mathbb{C} [2] и представляет отдельный интерес в рамках некоммутативной геометрии.

2 Основные задачи и результаты 2009 года

- **Описание производящей функции спектра квантовой системы Годена.** В работе [3] было найдено семейство преобразований, действующих на множестве собственных векторов квантовой системы Годена. Данные преобразования являются \mathbb{C} аналогами арифметических преобразований Гекке. Это наблюдение послужило основой для гипотезы о существовании производящей функции собственных значений гамильтонианов квантовой системы Годена, в свою очередь собственной относительно рассматриваемых геометрических преобразований Гекке. В 2009 году изучались данные преобразования в различных параметризациях множества собственных значений квантовой системы Годена. В том числе был найден класс систем, с выделенным нулевым энергетическим уровнем, сохраняющийся потоками иерархии КдФ, действующими на множестве полюсов оператора Лакса квантовой системы Годена.
- **Исследование роли операторов Гекке на спектрах квантовых систем в теории представлений полупростых алгебр Ли.** Постановка задачи вытекает из существования специального предела коммутативной подалгебры гамильтонианов Годена, совпадающего с алгеброй универсальных элементов Юнга-Юциса-Мерфи в $U^{\otimes k}(\mathfrak{sl}_n)$. В то же время, спектр данных элементов характеризует разложение в сумму неприводимых тензорного произведения некоторого количества неприводимых модулей. Велось исследование возможности использования симметрий Гекке для построения эффективных формул кратностей.
- **Исследования обобщений конструкции квантового характеристического полинома на случай более общих систем Хитчина на особых кривых.** В основном исследовалось обобщение конструкции квантового характеристического полинома на случай эллиптической системы Годена, которая

в частном случае вырождается в эллиптическую систему Калоджеро-Мозера. Для этой системы был полностью воспроизведен формализм квантового характеристического полинома в работе [4]. В основе конструкции лежит эллиптическая квантовая группа построенная по R -матрице Фельдера, и квазикоммутативная подалгебра в ней. Удалось построить производящую функцию данной коммутативной подалгебры, ее предел, совпадающий с коммутативной подалгеброй гамильтонианов эллиптической системы Годена, а также традиционный для этой области аппарат квантовых разделенных переменных. Было получено выражение для анзаца Бете в терминах монодромии специальных фуксовых систем на торе и построено семейство симметрий множества собственных векторов эллиптической системы Годена.

3 Публикации и участие в конференциях

Публикации 2009:

[3], [4].

Конференции 2009 год:

- Конференция стипендиатов конкурса Делиня и фонда Династия, доклад "Алгебро-геометрическое квантование интегрируемых систем".
- Конференция "Integrable systems and quantum symmetries Прага, июнь 2009. Название доклада "Квантовая эллиптическая система Годена". Около 70 участников
- Международная школа и конференция "Geometry and quantization Люксембург, сентябрь 2009. Курс лекций "Квантовые интегрируемые системы и программа Ленглендса". Около 100 участников.

Список литературы

- [1] Д. Талалаев, *Квантовая система Годена*, Функциональный Анализ и его приложения 40 No. 1 pp.86-91 (2006)
- [2] A.Chervov, D. Talalaev, *Quantum spectral curves, quantum integrable systems and the geometric Langlands correspondence*, hep-th/0604128
- [3] Д. Талалаев, *Анзац Бете и изомонодромные преобразования*, Теоретическая и математическая физика, ТМФ, 2009, том 159, номер 2, стр. 252-265
- [4] V. Rubtsov, A. Silantiev, D. Talalaev, Manin Matrices, Quantum Elliptic Commutative Families and Characteristic Polynomial of Elliptic Gaudin model, arXiv:0908.4064 Принято к публикации в журнал SIGMA