

ОТЧЕТ
СТИПЕНДИАТА ФОНДА «ДИНАСТИЯ»
Т.М. САДЫКОВА ЗА 2009 ГОД

1. Научные результаты.

На протяжении отчетного периода основные усилия были сосредоточены на вычислении групп монодромии голономных систем линейных дифференциальных уравнений в частных производных. Для этого необходимо изучить разложение пространства голоморфных решений заданной голономной системы в прямую сумму инвариантных относительно действия монодромии подпространств. В связи с этим возникла задача вычисления полиномиальных коэффициентов дифференциального уравнения, чье пространство голоморфных решений в окрестности точки общего положения порождается ветвями заданной многозначной функции одного комплексного переменного, лежащей в классе Нильссона.

В теории специальных функций математической физики важной является задача нахождения уравнений (дифференциальных, интегральных, разностных и др.), которым удовлетворяет заданная функция. Знание глобального соотношения для специальной функции, заданной локально (например, в виде суммы сходящегося в окрестности некоторой точки ряда) позволяет сделать выводы о глобальных свойствах этой функции. При этом особенный интерес представляют линейные дифференциальные соотношения с полиномиальными коэффициентами. Если специальную функцию удастся погрузить в пространство решений системы линейных дифференциальных уравнений с полиномиальными коэффициентами, не имеющую при этом «лишних» решений, то весьма сложные в общем случае вопросы об аналитическом продолжении такой функции и вычислении множества ее особенностей решаются стандартными техническими средствами. При этом под «лишними» понимаются решения, которые не являются ветвями изучаемой функции, то есть, не могут быть получены из нее при помощи аналитического продолжения. Заметим, что все ростки (многозначной) аналитической

функции удовлетворяют дифференциальному уравнению с целыми (в частности, полиномиальными) коэффициентами, если это уравнение выполнено для какого-либо из этих ростков.

Невозможность построения линейной фуксовой системы дифференциальных уравнений с произвольной заданной группой монодромии была в 1989 г. показана А.А. Болибрухом, решившим тем самым 21-ю проблему Гильберта. Однако вопрос об эффективном вычислении системы дифференциальных уравнений (и, в частности, одного дифференциального оператора) с заданным ветвлением решений в тех случаях, когда это возможно, остается открытым.

Хорошо известно, что линейное обыкновенное дифференциальное уравнение с заданным пространством решений может быть записано с помощью вронскиана базиса этого пространства. Однако с вычислительной точки зрения вронскиан и основанная на нем конструкция дифференциального уравнения для заданной (вообще говоря, локально) функции представляют собой лишь неконструктивную теорему существования. Причин этому три: во-первых, для формирования вронскиана необходимо выбрать базис в пространстве всех ростков функции в окрестности неособой точки, то есть, полностью решить сложную в общем случае задачу аналитического продолжения. Во-вторых, значительную вычислительную сложность представляет задача раскрытия определителя, содержащего производные высоких порядков. Наконец, высокую сложность имеет задача упрощения и приведения к каноническому виду полученного громоздкого выражения средствами современной компьютерной алгебры. Например, уже вычисление дифференциального оператора для решения приведенного кубического уравнения с помощью вронскиана представляет значительную трудность. В общем же случае использование вронскиана невозможно еще и по причине отсутствия механизмов упрощения выражений, содержащих производные специальных функций высокого порядка, в современных системах компьютерной алгебры.

В результате проделанной работы найден алгоритм построения дифференциального уравнения минимального порядка для алгебраических функций одного комплексного переменного, определяемых

уравнениями вида

$$y^m + a_1 y^{m_1} + \dots + a_n y^{m_n} = x. \quad (1)$$

Данный алгоритм позволяет преодолеть перечисленные выше трудности вычисления зануляющего оператора, то есть, не требует решения задачи аналитического продолжения, не требует вычисления определителя, содержащего производные высоких порядков от алгебраических функций и упрощения таких выражений. Разработанный метод позволяет свести задачу о построении зануляющего оператора для алгебраической функции к задаче нахождения базиса в модуле сизигий некоторого идеала в кольце многочленов с несколькими переменными.

2. Публикации. За отчетный период подготовлены следующие работы:

- V.A. Krasikov, T.M. Sadykov, *Linear differential operators for generic algebraic curves*, отправлено в журнал *Advances in Applied Mathematics*, 16 стр.
- T.M. Sadykov, *Multivariate sparse hypergeometric systems*, принято к печати в трудах конференции «Анализ и его приложения» (Белгород, октябрь 2009 г.), 13 стр.
- Опубликованы тезисы докладов в ИПУ РАН и Стокгольмском университете (см. ниже).

3. Участие в конференциях и выступления с докладами.

- Доклад на конференции «Молодая математика России», 12-13 января 2009 г., Независимый Московский Университет
- Доклад на семинаре «Глобус», 27 августа 2009 г., Независимый Московский Университет
- Доклад на конференции «Complex analysis and its applications», 22-24 октября 2009 г., Институт проблем управления РАН, Москва

- Доклад на семинаре «Алгебра и геометрия», 9 декабря 2009 г., Стокгольмский университет, Швеция

4. Педагогическая деятельность. На протяжении весеннего семестра 2009 г. я преподавал в Сибирском федеральном университете следующие дисциплины: функциональный анализ (практические занятия) и спецкурс «Системы компьютерной алгебры» (лекции и лабораторный практикум). Помимо этого, я руководил выполнением одной магистерской диссертации, двух дипломных работ и пяти курсовых работ, которые были защищены в июне-июле 2009 г. С октября 2009 г. я руковожу подготовкой кандидатской диссертации.

5. Прочие достижения. В апреле 2009 г. в Математическом институте им. В. А. Стеклова РАН мною защищена диссертация на соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 01.01.01-математический анализ. Положительное решение о присуждении ученой степени принято на заседании Президиума ВАК 13.11.2009 г., код протокола 41Д/42.